DOI 10.15276/imms.v14.no1-2.56
УДК 621.391.8

Informatics and Mathematical Methods in Simulation
Vol.14 (2024), No. 1-2, pp. 56-69

МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ НА ФОНІ КОРЕЛЬОВАНИХ АСИМЕТРИЧНИХ ПРОЦЕСІВ

В.В. Палагін[1], Д.О.Смірнов[2]

[1-2]Черкаський державний технологічний університет
460, Шевченка б-р , м.Черкаси, 18006, Україна
emails: palahin@ukr.net[1], danilyyy08@gmail.com[2],

Теорія перевірки статистичних гіпотез широко застосовується в багатьох прикладних задачах, де необхідно прийняття обґрунтованих рішень на основі обмежених вибірок даних. Виявлення сигналів на фоні негаусових корельованих завад є критичним завданням у радіотехніці та телекомунікаціях, обробці зображень та біомедичних дослідженнях, де завади часто не відповідають нормальному розподілу і досліджувані вибіркові значення можуть бути статистично залежними. Статистичний підхід до розробки систем виявлення сигналів вимагає повної інформації про тип розподілу випадкових процесів, які підлягають обробці. Одним із перспективних підходів, який дозволяє описати досліджувані випадкові процеси, є використання моментного та кумулянтного опису випадкових величин. Такий підхід дозволяє суттєво спростити синтез систем виявлення зашумлених сигналів з різним типом функції розподілу. Авторами роботи запропоновано новий підхід, який грунтується на застосуванні одновимірних (1D) та двовимірних (2D) моментно-кумулянтних моделей для опису корельованих негаусових процесів, що дозволило модифікувати моментний критерій якості прийняття рішень для синтезу стохастичних поліноміальних розв’язувальних правил виявлення сигналів. В роботі продемонстровано, що нелінійна обробка вибіркових значень дозволяє врахувати тонку структуру негаусових завад у вигляді коефіцієнта асиметрії, що зменшує ймовірності помилок розв’язувальних правил у порівнянні із застосуванням традиційних гаусових моделей випадкових процеців. Метою роботи є підвищення ефективності систем виявлення сигналів при адитивній взаємодії з корельованими асиметричними негаусовими завадами на основі застосування моментно-кумулянтних моделей досліджуваних випадкових величин із формуванням модифікованого моментного критерію якості перевірки статистичних гіпотез та поліноміальних розв’язувальних правил для синтезу ефективних методів і комп'ютерних засобів обробки сигналів.

Практичне значення отриманих результатів визначається тим, що запропоновані методи та засоби моделювання дозволяють отримувати нелінійні алгоритми виявлення сигналів на фоні корельованих негаусових завад різних типів і видів з меншими ймовірностями помилок першого і другого роду порівнянно з відомими результатами. Запропоновані алгоритми відрізняються своєю нескладною практичною реалізацією і високою точністю, яка зростає при збільшенні степеня стохастичних поліномів розв’язувальних правил та врахуванні параметрів негаусових завад.

Ключові слова: перевірка статистичних гіпотез, моментно-кумулянтний опис, асиметричні корельовані нагаусові завади

Вступ. Розробка перспективних систем виявлення сигналів має велике значення для проектування та синтезу систем зв'язку, навігаційних і радіолокаційних систем, систем управління тощо [1-3]. Для розробки нових систем виявлення сигналів необхідно враховувати їх випадковий розподіл, який виникає під впливом різних типів шумів. Для розвязанняціє задачі широко використовуються класичні методи теорії перевірки статистичних гіпотез, де можна використовувати будь-яку щільність розподілу випадкових процесів [4]. Використання нормального розподілу випадкових величин набуло широкого поширення на практиці при реалізації систем виявлення сигналів. Однак у багатьох випадках відобразити реальні процеси з необхідною точністю такою моделю випадкових процесів стає неможливим. Дія на сигнали різноманітних дестабілізуючих факторів, комплекс шумів при багатопроменевому поширенні сигналів, їх проходження через неоднорідні середовища, флуктуація параметрів зв'язку каналів породжують складну сигнально-шумову ситуацію, яка описується негаусовими випадковими процесами [5]. Використання традиційного підходу до дослідження та розробки систем обробки випадкових негаусових процесів характеризується суттєвими обмеженнями, пов'язаними зі складністю їх алгоритмічної реалізації. Складнощі з класичним підходом також пов'язані з тим, що випадкові процеси можуть бути корельованими негаусовими випадковими процесами [5]. На практиці часто виникають проблеми з обмеженим діапазоном спостережень, де не можна ігнорувати статистичні зв'язки випадкових значень випадкової величини [6].

Одним із методів вирішення поставленої задачі є метод використання функції щільності ймовірності, яка використовується для опису випадкових процесів. Запропоновано метод, заснований на пороговій системі, призначеній для виявлення детермінованого сигналу з незалежним негаусовим шумом, функції щільності ймовірності невідомі, але вони симетричні та унімодальні [7]. Цей метод підтверджено взяттям великої кількості зразків за наявності білого шуму та слабкого сигналу. Для конкретної функції щільності ймовірності, як спеціального кореляційного детектора з певними обмеженнями, представлені різні варіанти обробки сигналу [8]. На основі надпорогового стохастичного резонансу [9] нелінійний кореляційний детектор складається з узгодженого фільтра. В [10] наведено структуру субоптимального детектора з паралельним масивом двокаскадних квантувачів у негаусовому шумі. Представлено процес виявлення сигналу на основі функції щільності ймовірності в корельованому негаусовому шумі [11]. Функції щільності ймовірності обумовлені обмеженнями і труднощами в обчисленнях, хоча мають детальний опис випадкових процесів.

Показано, що властивості розв'язувальних функцій можна охарактеризувати за допомогою таких показників, як дисперсія розв'язувальних правил і середнє. Наприклад, розроблено критерій відхилення в класі лінійно-квадратичних (L-Q) систем [12-14]. Детальний опис цього критерію наведено в [15]. Але класичні критерії досить слабо пов'язані з критерієм відхилення та його модифікаціями, що не розкриває всіх властивостей правил прийняття рішень.

У роботі запропоновано інший підхід, який базується на моментно-кумулянтному описі випадкових процесів та застосуванні статистик вищих порядків (HOS - *Higher-Order Statistics*), що значно спрощує їх опис і враховує негаусову щільність розподілу.

Метою роботи є підвищення ефективності систем виявлення сигналів при адитивній взаємодії з корельованими асиметричними негаусовими завадами на основі застосування моментно-кумулянтних моделей досліджуваних випадкових величин із формуванням модифікованого моментного критерію якості перевірки статистичних гіпотез та поліноміальних розв'язувальних правил для синтезу ефективних методів і комп'ютерних засобів обробки сигналів.

1. Моментно-кумулянтні моделі корельованих асиметричних негаусових процесів. Багатовимірна функція щільності ймовірності (MD PDF - *MultiDimensional Probability Density Function*) є загальним математичним представленням статистично залежного випадкового процесу $\xi(t)$. Але PDF не завжди може бути відома і можуть виникнути деякі труднощі з оцінкою її параметрів $(\vartheta_1, \vartheta_2, \ldots, \vartheta_n)$. Для опису властивостей такого процесу можна використовувати метод, заснований на кумулянтних характеристиках [16-19]. Одновимірні (позначимо як 1D) моменти m_i випадкової величини ξ визначаються за допомогою PDF $p(\xi)$

$$E(\xi^i) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^i p(\xi) dx. \quad (1)$$

MD PDF може представляти статистично залежні випадкові величини [6, 20]. Дуже часто для опису статистичних характеристик зв'язку випадкових величин використовують двовимірну (2D) PDF:

$$\mathrm{E}(\xi_1{}^{\mathrm{i}}\xi_2{}^{\mathrm{j}}) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \xi_1{}^{\mathrm{i}}\xi_2{}^{\mathrm{j}}\mathrm{p}_2(\xi_1, \xi_2)\mathrm{dx}. \quad (2)$$

Можна уявити, що існують вибіркові значення стаціонарного випадкового процесу і можна розглядати окремі випадкові величини, як вибіркові значення. На практиці широко використовуваним прикладом статистично залежних значень є співвідношення для двох випадкових величин. У цьому випадку можна використовувати 2D PDF. Розглянемо випадок двох незалежних випадкових змінних ξ і η з p_ξ і p_η PDF відповідно. Тоді початкові моменти порядку i мають наступний вид:

$$m_i^{(\xi)} = E\xi^i = \int_{-\infty}^{+\infty} x^i\, p_\xi(x)dx,\ m_i^{(\eta)} = E\eta^i = \int_{-\infty}^{+\infty} y^i\, p_\eta(y)dy. \quad (3)$$

Випадкові величини ξ і η мають спільні моменти (i, j) розмірності, оскільки вони залежать один від одного. Для негаусових статистично незалежних випадкових величин (з нульовим середнім значенням та дисперсією χ_2) зв'язок між початковими моментами m_i і та кумулянтами χ_i і до четвертого порядку виглядає наступним чином:

$$m_1 = 0, m_2 = \chi_2, m_3 = \chi_3, m_4 = \chi_4 + 3\chi_2^2. \quad (4)$$

Для гаусових процесів кумулянтні коефіцієнти третього та вищих порядків $(\chi_3, \chi_4,\ \ldots)$ дорівнюють нулю. Для зв'язку між вибірками будуть використані спільні моменти $m_{i,j}$ і кумулянти $\chi_{i,j}$ до четвертого порядку включно :

$$m_{1,1} = \chi_{1,1}, m_{1,2} = \chi_{1,2}, m_{1,3} = \chi_{1,3} + 3\chi_2\chi_{1,1}, m_{2,2} = \chi_{2,2} + \chi_2^2 + 2\chi_{1,1}^2. \quad (5)$$

Зауважимо, що для задачі виявлення сигналів на фоні корельованих негаусових завад застосування моментно-кумулянтних моделей для опису досліджуваних процесів потребують додаткових досліджень та розробок. Для спрощення поставленої задачі застосуємо класифікацію досліджуваних процесів, при якій введемо певні класи кумулянтів звичайної характеристичної функції з її спільними властивостями. Така класифікація випадкових некорельованих негаусових величин отримала назву перфорованих випадкових величин [19]. В цій класифікації моментні та кумулянтні моделі представлені лише частиною кумулянтів з усіх можливих наборів, які відповідають реальному процесу. Відповідно до прийнятої класифікації розрізняють різні типи *асиметричних, ексцесних і асиметрично-ексцесних* випадкових величин [19-25].

Для вирішення поставленого завдання розроблено нові моделі негаусових корельованих випадкових процесів, що ґрунтуються на застосуванні 1D та 2D моментно-кумулянтних функцій вищих порядків. Це дозволило не лише описати негаусовий характер розподілу досліджуваних процесів, а й їх кореляційні властивості. Завдяки такому підходу стали доступними для використання такі параметри моментно-кумулянтного опису, як коефіцієнти асиметрії (γ_3) та ексцесу (γ_4), які є ненульовими у випадку негаусових моделей досліджуваних процесів.

Двовимірні статистичні зв'язки досліджуваного процесу можна представити у вигляді спільних кумулянтів $\chi_{i,j}$, які наведені в Таблиці 1. Достатньою умовою статистичної незалежності випадкових процесів є рівність нулю всіх спільних кумулянтів $\chi_{i,j}$.

Таблиця 1

Представлення двовимірних спільних кумулянтів

Порядок спільних кумулянтів	Позначення двовимірних спільних кумулянтів					
1	χ_{10}	χ_{01}				
2	χ_{20}	χ_{11}	χ_{02}			
3	χ_{30}	χ_{12}	χ_{21}	χ_{03}		
4	χ_{40}	χ_{31}	χ_{22}	χ_{13}	χ_{04}	
…	…	…	…	…	…	…

Визначення 1. Гаусовими некорельованими випадковими величинами будуть вважатися такі, які характеризуються відмінними від нуля одновимірним χ_2 і спільним χ_{11} кумулянти другого порядку, а решта кумулянтних коефіцієнтів третього та вище порядків, а також спільні кумулянти вище другого порядку дорівнюють нулю. При цьому початкові моменти до шостого порядку запишуться як:

$$\alpha_1 = \chi_1,\ \alpha_2 = \chi_2,\ \alpha_3 = 0,\ \alpha_4 = 3\chi_2^2,\ \alpha_5 = 0,\ \alpha_6 = 15\chi_2^3, \ldots,$$

а спільні моменти мають взаємозв’язок зі спільними кумулянтами:

$$m_{11}^{(v,k)} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot r^{(v,k)},\ m_{12} = \chi_{12} = 0,\ m_{22}^{(v,k)} = \chi_2^2 + 2\chi_{11}^2 = \chi_2^2\left(1 + 2r^{(v,k)^2}\right), \ldots,$$

де $r^{(v,k)}$ - кореляційна функція заданого виду між v -м і k -м вибірковим значенням. Зокрема, кореляційні функції можуть мати вид [6]:

$$r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|}, r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|}(1 + A|\tau|), r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|}(1 - A|\tau|),$$
$$r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|}(1 + A|\tau| + A^2\tau^2/3), r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|} \cos \mathrm{B}\,\tau, \tag{6}$$
$$r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|}(\cos \mathrm{B}\,\tau + \tfrac{A}{\mathrm{B}} \sin \mathrm{B}\,|\tau|), r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|}(\cos \mathrm{B}\,\tau - \tfrac{A}{\mathrm{B}} \sin \mathrm{B}\,|\tau|),$$

де $\tau = |t_v - t_k|$ - кореляційний інтервал, який при врахуванні статистичних зв’язків менше інтервалу кореляції $\tau = |t_v - t_k| \le \tau_{кор},\ v,k = \overline{1,n};\ \tau_{кор}$ - час кореляції; $\sigma^2 = r_\xi(0)$ - дисперсія випадкового процесу; $\mathrm{A}, \mathrm{B} > 0$ – коефіцієнти, які характеризують статистичні зв'язки між вибірковими значеннями.

В роботі проводиться дослідження синтезу поліноміальних нелінійних РП виявлення сигналів, що приймається на фоні негаусових корельованих завад, які описуються коефіцієнтом асиметрії. Даний клас досліджуваного випадкового процесу представлений в таблиці 2.

Таблиця 2

Представлення двовимірних спільних кумулянтів для корельованої асиметричної негаусової величини

Порядок спільних кумулянтів	Позначення двовимірних спільних кумулянтів					
1	χ_{10}	χ_{01}				
2	χ_{20}	χ_{11}	χ_{02}			
3	χ_{30}	χ_{12}	χ_{21}	χ_{03}		

Визначення 2. Асиметричними статистично залежними випадковими величинами 1-го типу 1-го виду будемо називати такі, для яких відмінними від нуля будуть χ_2 та χ_3, а також спільні кумулянти χ_{11} та χ_{12}, а всі інші кумулянти четвертого та вище порядків, а також спільні кумулянти вище третього порядку дорівнюють нулю. У цьому випадку початкові моменти до шостого порядку мають вигляд:

$$\alpha_1 = \chi_1, \alpha_2 = \chi_2, \alpha_3 = \chi_3, \alpha_4 = 3\chi_2^2, \alpha_5 = 10\chi_2\chi_3, \alpha_6 = 10\chi_3^2 + 15\chi_2^3, \ldots,$$

а спільні моменти мають наступний взаємозв'язок зі спільними кумулянтами:

$$m_{11}^{(v,k)} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot \rho^{(v,k)}, m_{12}^{(v,k)} = \chi_{12} = \gamma_3 \chi_2^{3/2} \rho^{(v,k)^{3/2}},$$

$$m_{22}^{(v,k)} = \chi_2^2 + 2\chi_{11}^2 = \chi_2^2\left(1 + 2\rho^{(v,k)^2}\right) \dots .$$

Прикладом *асиметричних негаусових процесів* може бути *Гамма розподіл*, який застосовується для моделювання відбитих сигналів у середовищах з багатошляховим розповсюдженням, таких як міські умови з великою кількістю будівель, де сигнали від різних шляхів можуть бути корельованими, в системах телекомунікації для опису часу життя пакету в мережах з високою затримкою, де затримки можуть бути корельованими через повторювані збої або затори в мережі.

Для *ексцесних процесів* характерний розподіл *Лапласа* для моделювання шумів у радіолокаційних системах, де шуми можуть мати піки, які значно відрізняються від середнього рівня і можуть бути корельованими через загальні джерела інтерференції. В системах телекомунікації даний вид розподілу використовується для опису втрат пакетів в мережах, де втрати можуть мати високий ексцес і бути корельованими через спільні причини втрат, такі як перевантаження мережі або апаратні збої.

До *асиметрично-ексцесних процесів* відноситься розподіл *Вейбула, Релея, Коші, розподіл Пірсона типу IV* та ін., які описують характеристики сигналів в умовах складних завад, де шуми мають як асиметрію, так і високий ексцес і можуть бути корельованими через загальні джерела завад. В системах телекомунікації моделюють інтервали затримки передачі пакетів у мережах з великим навантаженням, де затримки можуть мати одночасно асиметрію, високий ексцес і бути корельованими через спільні мережеві умови. Також такі процеси застосовуються для моделювання амплітуд сигналів у безпосередньому радіолокаційному зв'язку, де сигнали можуть бути корельованими через загальні траєкторії розповсюдження та ін.

Виявлення сигналів на фоні негаусових корельованих завад є важливою задачею в різних технічних галузях. Зокрема, виявлення об'єктів з низькою ефективною площею розсіювання (наприклад, дронів або стелс-літаків) у складних умовах завад від землі або води, де завади мають негаусовий характер і корельовані через повторювані відбиття [26, 27]. До таких задач відноситься виявлення та декодування сигналів мобільних пристроїв у міських умовах, де завади від численних джерел, таких як будівлі та інші інфраструктурні об'єкти, мають негаусовий характер та є корельованими. Виявлення природних сейсмічних подій (землетрусів) в умовах міських або промислових зон, де завади від людської діяльності (транспорт, промислові машини) мають негаусовий характер і корельовані через повторюваність діяльності [28]. Виявлення аномальних серцевих ритмів на фоні негаусових корельованих завад, які можуть виникати через артефакти руху або м'язову активність [29]

В даній роботі пропонується розробка нових моментно-кумулянтних моделей статистично залежних асиметричних негаусових випадкових величин. На основі цих моделей створені нові методи виявлення сигналів з використанням модифікованого моментного критерію якості перевірки статистичних гіпотез [22]. Такі методи відрізняються від існуючих, використовують багатовимірні моментно-кумулянтні функції вищих порядків (HOS) для врахування тонкої структури негаусових корельованих випадкових процесів. Такий підхід буде використаний для синтезу поліноміальних стохастичних розв'язувальних правил (РП) для виявлення сигналів на фоні корельовани асиметричних негаусових завад.

2. Адаптованний моментний критерій якості прийняття рішень для побудови поліноміальних розв'язувальних привил. Нехай випадкові сигнали $\xi(t)$ спостерігаються на інтервалі часу $(0, T)$. Необхідно розробити алгоритми обробки стохастичних процесів ξ(t) для прийняття рішення: стохастичні процеси містять корисний сигнал $s(t)$ (реалізується гіпотеза H_1) або корисний сигнал відсутній і випадкові процеси $\xi(t)$ містять тільки заваду $\eta(t)$ (реалізується гіпотеза H_0), де $\xi(t) = s(t) + \eta(t)$, $\eta(t) -$ стаціонарний корельований асиметричний негаусовий випадковий процес, який описується набором 1D та 2D кумулянтів і моментів.

Будемо вважати, що множина моментів при реалізації гіпотези H_1 матиме вигляд - $(m_i^{(v)}, m_{i,j}^{(\tau)})$, а для гіпотези H_0 -$(u_i^{(v)}, u_{i,j}^{(\tau)})$, де $\{u_i^{(v)}, m_i^{(v)}\}$ - 1D моменти в момент часу t_v порядку i та $\{\{u_{i,j}^{(\tau)},\ m_{i,j}^{(\tau)}\}$ - 2D спільні моменти розмірності (i,j) при реалізації гіпотези H_0 і H_1 відповідно.

На практиці іноді зручніше опрацьовувати не неперевний сигнал, а дискретний. В цьому випадку дискретна вибірка сигналу $\xi(t)$ буде мати вид $\boldsymbol{X} = \{x_1,\ x_2, \dots, x_n\}$ в моменти часу t_v для гіпотези H_0 and H_1 наступним чином:

$$H_i\colon \xi_v = s_v(\alpha_k) + \eta_v\left(\gamma_k, \chi_{i,j}^{(\tau)}\right),$$

$$H_0\colon \xi_v = \eta_v\left(\gamma_k, \chi_{i,j}^{(\tau)}\right),\ v = \overline{1,n}. \tag{7}$$

де $s_v(\alpha_k)$ – корисний сигнал, який описується параметрами α_k, $\eta_v\left(\gamma_k, \chi_{i,j}^{(\tau)}\right)$ – негаусова випадкова величина з параметрами у формі набору кумулянтів $\chi_{i,j}^{(\tau)}$, $k = \overline{1,\mu}$.

Відповідно до класичного підходу, оптимальний Байєсівський алгоритм виявлення сигналів мінімізує середній ризик [1-3]. Достатня статистика, яка необхідна для перевірки гіпотези, визначається як відношення правдоподібності і має вид

$$\Lambda(\boldsymbol{X}) = P(\boldsymbol{X}|H_1)/P(\boldsymbol{X}|H_0). \tag{8}$$

Як правило, таке відношення правдоподібності в більшості випадків інтерпритується для нормальних законів розподілу щільності ймовірності. Разом з тим, отримання розв'язків у форматі рівняння (8) для негаусових корельваних PDF створює алгоритмічні труднощі, пов'язані з невизначеністю параметрів PDF, технічною складнісю їх реалізації. Отже, потрібні альтернативні підходи, щоб обійти ці проблеми. Один із таких альтернативних підходів може полягати у вираженні відношення правдоподібності, як степеневої поліноміальної функції [6, 19-25].

Припустимо, що відношення правдоподібності (8) є неперервною функцією та може бути представлено як стохастичний степеневий поліном степіня s для випадкових вибірок x_v:

$$\Lambda(x_1, x_2,\ \dots, x_n) = k_0 + \sum_{i=1}^{\infty}\sum_{v=1}^{n} k_{iv}\phi_i(x_v), \tag{9}$$

де функції $\phi_i(x_v)$ представляють перетворення вибіркових значень x_v, які можуть включати степеневі або тригонометричні функції. Коефіцієнти k_{iv} та k_0 є невідомими параметрами, обраними на основі відповідного критерію якості. Крім того, якщо функції $\phi_i(x_v)$ є лінійно незалежними і утворюють базис, тоді для широкого класу функцій $\Lambda(\boldsymbol{X}) = f(x_1, x_2,\ \dots, x_n)$ розкладання у вигляді ряду (9) є можливим.

На практиці замість нескінченних рядів (9) використовуються поліноми зі скінченним числом доданків s. Тоді вираз (9) при степеневому перетворенні вибіркових значень x_v прийме вид степеневого стохастичного полінома степеня s:

$$\Lambda(\boldsymbol{X}) = \sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} k_{iv}\, x_v^i + k_0, \tag{10}$$

де оптимальні коефіцієнти k_{iv} та k_0 такого РП мають визначатися згідно заданого критерію якості. В якості критерія перевірки статистичних гіпотез обраний модифікований моментний критерій якості [22], який враховує статистичні зв'язки вибіркових значень:

$$Ku(E,G) = \frac{G_0[\gamma] + G_1[\gamma]}{(E_1[\gamma] - E_0[\gamma])^2}\,. \tag{11}$$

Критерій $Ku(E,G)$ (11) визначає якісні характеристики прийняття рішень РП (10). Цей критерій будемо називати «Модифікований моментний критерій якості верхніх границь ймовірностей помилок» або коротко критерієм «Ku».

Оскільки значення стохастичного поліноміального РП (10) є випадковими, тоді характеристиками такого РП будуть математичне сподівання $E_{0(sn)}$, $E_{1(sn)}$ та дисперсія $\mathrm{G}_{0(\mathrm{sn})}$, $\mathrm{G}_{1(\mathrm{sn})}$ при гіпотезі H_0 та H_1 відповідно:

$$E_{0(sn)} = \sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_{iv}u_i^{(v)},\ E_{1(sn)} = \sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_{iv}m_i^{(v)}, \tag{12}$$

$$G_{0(sn)} = \sum_{i=s}^{s}\sum_{j=1}^{s}\sum_{v=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} k_{iv}\, k_{jv} F_{(i,j)}^{(\tau)}(H_r),\ r = 0{,}1, \quad (13)$$

де $F_{(i,j)}^{(\tau)}(H_0) = u_{(i,j)}^{(\tau)} - u_i^{(v)}u_j^{(k)}$, $\quad F_{(i,j)}^{(\tau)}(H_1) = m_{(i,j)}^{(\tau)} - m_i^{(v)}m_j^{(k)}$,

і коефіцієнт k_0 буде визначатися як середнє математичних сподівань $E_{0(sn)}$, $E_{1(sn)}$ при гіпотезі H_0 та H_1 відповідно:

$$k_0 = -\frac{1}{2}\left(E_{0(sn)} + E_{1(sn)}\right) = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_{iv}(m_i^v + u_i^v), \quad (14)$$

Відмітимо, що тонка структура досліджуваних негаусових процесів описується послідовністю моментів і кумулянтів вищих порядків (1D, HOS), а статистичні зв'язки вибіркових значень багатомірними кумулянтами (2D).

Показано, що мінімум критерію $Ku(E,G)$ (11) забезпечує мінімум суми ймовірностей помилок першого і другого роду РП (10). В цьому випадку оптимальні коефіцієнти РП (10) k_{iv} та k_0 повинні бути такими, щоб мінімізувати критерій якості $Ku(E,G)$ (11) і визначаються з наступної системи рівнянь

$$\sum_{j=1}^{s} k_{iv}\left(F_{i,j}^{(\tau)}(H_0) + F_{i,j}^{(\tau)}(H_1)\right) = m_i^{(v)} - u_i^{(v)},\ v = \overline{1,n},\ i = \overline{1,s}. \quad (15)$$

Розв'язок даної системи рівнянь (15) не є тривіальним, де застосовуються чисельні методи при використанні допонення Шура до блочної матриці [30]. Окрім того, 2D спільні моменти $u_{(i,j)}^{(\tau)}$ та $m_{(i,j)}^{(\tau)}$ використовуються для визначення кореляційної матриці із заданою функцією кореляції $\rho^{(\tau)}$:

$$\rho^{(\tau)} = \begin{pmatrix} 1 & \rho^{(\tau_{1,2})} & \dots & \rho^{(\tau_{1,n})} \\ \rho^{(\tau_{2,1})} & 1 & \dots & \rho^{(\tau_{2,n})} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho^{(\tau_{n,1})} & \rho^{(\tau_{n,2})} & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Для проведення досліджень були використанні різні кореляційні функції (6), які мають місце в багатьох прикладних задачах [6]. Наприклад, для експоненційної кореляційної функції значення $\rho^{(\tau)}$ прийме вид:

$\rho^{(\tau_{v,k})} = e^{-A|t_v - t_k|}$, де $\tau_{v,k}$ – час кореляції, A – масштабуючий коефіцієнт.

Визначення 1. Визначимо функціонал $Ku(E,G)$ як моментний критерій якості прийняття рішень у вигляді РП (10). Припустимо, що оптимальні коефіцієнти РП k_0 (14) та k_{iv} (15), які мінімізують праву частину (11), визначають цей критерій, який називається «Модифікований моментний критерій якості верхніх границь ймовірностей помилок для перевірки статистичних гіпотез» Менше значення критерію (11) свідчить про менше значення суми ймовірностей помилок першого і другого РП (10).

Властивість 1. Якщо оптимальні коефіцієнти РП (10) визначаються розв'язуванням системи алгебраїчних рівнянь (15), тоді вони задовольняють умові

$$I_{sn} = \sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} k_{iv}k_{jv}\left[F_{i,j}^{(\tau)}(H_0) + F_{i,j}^{(\tau)}(H_1)\right] = \sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s} k_{iv}\left(m_i^{(v)} - u_i^{(v)}\right), \quad (17)$$

$j = \overline{1,s}$.

Визначення 2. Визначимо величину I_{sn} (17) як значення добутої інформації про розрізнення гіпотез H_0 та H_1 із вибірки розміром *n* при використанні стохастичного поліноміального РП (10) степені s.

Властивість 2. Для коефіцієнтів, визначених із системи рівнянь (15), значення критерію якості $Ku(E,G)$ (11) обернено пропорційно кількості добутої інформації про розрізнення гіпотез H_0 та H_1 із вибірки розміром *n* при використанні стохастичного поліноміального РП (10) степені *s* і виражається наступним чином:

$$I_{sn} = \frac{1}{Ku(E,G)} = \sum_{i=1}^{s}\sum_{v=1}^{n} k_{iv}\left(m_i^{(v)} - u_i^{(v)}\right). \quad (18)$$

Значення $Ku(E,G)$ та I_{sn} може бути використано для оцінки ефективності синтезованих поліноміальних РП.

3. Синтез поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні корельованих асиметричних негаусових завад. Нехай вхідний сигнал $\xi(t)$ складається з корисного сигналу a та завади $\eta(t)$ і спостерігається в інтервалі часу $[0,\mathrm{T}]$

$$\xi(t) = a + \eta(t), \tag{19}$$

де $\eta(t)$ - корельована стаціонарна негаусова завада з нульовим середнім і дисперсією χ_2 і описується послідовністю 1D і 2D моментів і кумулянтів.

Представимо дискретизований сигнал $\xi(t)$ як значення $\boldsymbol{X} = \{x_1,\ x_2, \dots, x_n\}$ в моменти часу t_v для гіпотези H_i $(i = 0{,}1)$ в наступній формі:

$$H_1\colon x_v = a + \eta_v\left(\gamma_k, \chi_{i,j}^{(\tau)}\right),$$

$$H_0\colon x_v = \eta_v\left(\gamma_k, \chi_{i,j}^{(\tau)}\right),\ v = \overline{1,n}. \tag{20}$$

Розглянемо поліноміальне РП для степені s=1. Показано, що алгоритм виявлення сигналу в корельованому негаусовому шумі з використанням РП (10) за першим степенем полінома s=1 має вигляд

$$\sum_{v=1}^{n} A_v \left(x_v - \frac{a}{2}\right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 0, \tag{21}$$

де A_v - визначник, який отримується з Δ_1, коли v -й стовпець замінюється одиницями, а Δ_1 визначається з виразу

$$\Delta_1 = det\left\|F_{(1,1)}^{(\tau)}\right\| = det\left\|\rho^{(\tau_{v,k})}\right\|,\ v,k = \overline{1,n}, \tag{22}$$

де $F_{(i,j)}^{(\tau)} = F_{(i,j)}^{(\tau)}(H_0) + F_{(i,j)}^{(\tau)}(H_1)$.

Як вже відзначалося, ефективність синтезованих РП може оцінюватися за двома характристиками - $Ku(E,G)$ (11) та I_{sn} (18). Показано, що для отриманого РП (21) кількість добутої інформації про розрізнення гіпотез H_0, H_1 має вид

$$I_1 = \frac{q}{\Delta_1}\sum_{v=1}^{n} A_v \tag{23}$$

і є оберненою величиною до критерію якості прийняття рішення $Ku(E,G)$ (11), де $q = a^2/\chi_2$ – відношення сигнал/шум (SNR - *signal-to-noise ratio*).

Легко показати, що для стаціонарного статистично незалежного процесу, коли не враховуються 2D моменти та кумулянти для опису випадкових величин, значення критерію $Ku(E,G)$ перетворюється в наступну форму

$$Ku_1(E,G) = 2/nq, \tag{24}$$

а РП (21) трансформується в добре відоме лінійне класичне правило виду

$$\frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n} x_v - \frac{a}{2} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 0. \tag{25}$$

Відмітимо, що отриманий результат у вигляді лінійного РП (21) не враховує негаусовий розподіл випадкового процесу, оскільки для його опису використовувалися лише перші два початкові моменти.

Збільшимо степінь полінома РП (10) до s=2. Тоді РП буде нелінійним і в загальному випадку матиме вигляд

$$\sum_{v=1}^{n} k_{1v} x_v + \sum_{v=1}^{n} k_{2v} x_v^2 + k_0 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} 0, \tag{26}$$

де оптимальні коефіцієнти k_{iv} визначаються із системи рівнянь (15) і мають наступний вигляд

$$k_{1v} = \frac{B_v}{\Delta_2}, v = \overline{1,n},\ k_{2v} = \frac{C_v}{\Delta_2}, v = \overline{n+1,\ 2n}, \tag{27}$$

де B_v – визначник, який отриманий з визначника Δ_2, коли v -й стовбець ($v = \overline{1,n}$) замінений на інший зі значеннями $(q^{0.5}, q^{0.5}, \dots, q^{0.5} \quad q, q, \dots, q)$, C_v – визначник, який визначається подібним чином для $v = \overline{n+1,\ 2n}$, де Δ_2 має вид

$$\Delta_2 = det \begin{Vmatrix} \left\| F_{1,1}^{(\tau_{v,k})} \right\| & \left\| F_{1,2}^{(\tau_{v,k})} \right\| \\ \left\| F_{2,1}^{(\tau_{v,k})} \right\| & \left\| F_{2,2}^{(\tau_{v,k})} \right\| \end{Vmatrix}, v, k = \overline{1,n}. \tag{28}$$

Показано, що в цьому випадку загальний вид порогового коефіцієнта k_0 РП (26) для отриманих коефіцієнтів k_{1v} and k_{2v} розраховується як

$$k_0 = -\frac{1}{2\Delta_2} \sum_{v=1}^{n} \left(q^{0.5} B_v + C_v (q+1) \right). \tag{29}$$

Показано, що нелінійне РП (26) враховує характеристики корельованого негаусового процесу у формі коефіцієнтів асиметрії γ_3 та спільних кумулянтів $\chi_{i,j}^{(\tau)}, i, j = \overline{1,2}$.

Значення добутої інформації з вибіркових значень про розрізнення гіпотез H_0, H_1 при використанні РП (26) визначається як

$$I_2 = \frac{1}{\Delta_2} \sum_{v=1}^{n} (q^{0.5} B_v + q C_v). \tag{30}$$

Відмітимо, що можливий синтез нелінійних поліноміальних РП більших степінів, де будуть враховані моменти та кумулянти вищих порядків. В цьому випадку потрібно знаходити компроміс між збільшенням ефективності синтезованих РП, ускладненням обчислювальних процесів та звуженням області допустимих значень для кумулянтних коефіцієнтів вищих порядків [19].

4. Результати та обговорення. Отримані математичні моделі корельованих асиметричних негаусових випадкових процесів і застосування стохастичних поліноміальних РП, оптипальних по модифікованому моментному критерію якості верхніх границь ймовірностей помилок для перевірки статистичних гіпотез дозволяють підвищити ефективність обробки сигналів у порівнянні з добре відомими гаусовими моделями.

Отримані результати залежать як від виду кореляційних функцій, які досліджувалися, так і від характеристик асиметричного негаусового процесу. На рис.1 предслені найбільш поширені кореляційні функції (6) [6], які досліджувалися в роботі. В якості параметрів кореляційних функцій використовивулися різні масштабуючі коефіцієнти «А» і «В». Малі значення параметрів «А» і «В» (порядку 0.1) характеризують наявність сильних статистичних зв’язків між вибірковими значеннями, і для великих значень (більше 1) – слабкі. При зростанні цих апарметрів процес вироджується в статистично незалежний.

На рис.2 представлені залежності значення критерію Ku (11) для РП при степені s=1 (21) від відношення сигнал/шум (q - SNR) при різних кореляційних функціях для випадків, коли розглядаються корельовані і не корельоваі випадкові процеси. В даному випадку значення критерію Ku є зворотною величиною кількості добутої інформації про розрізнення гіпотез I_1 (23). При першій степені полінома для опису статистичних властивостей випадкового процесу враховуються тільки перших два початкових моменти. Відповідно, такі РП характеризують тільки гаусові процеси при різних значеннях кореляційних функцій (6) з відповідними масштабуючими коефіцієнтами «A» і «B».

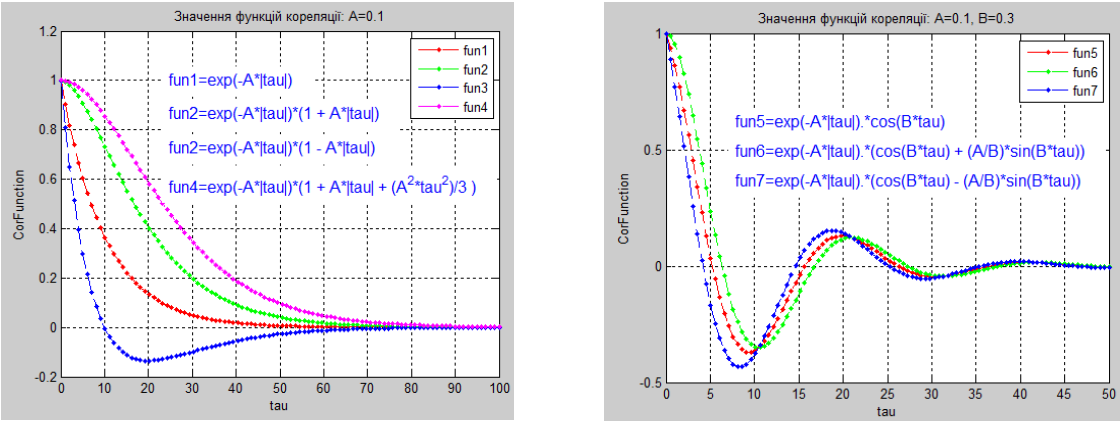
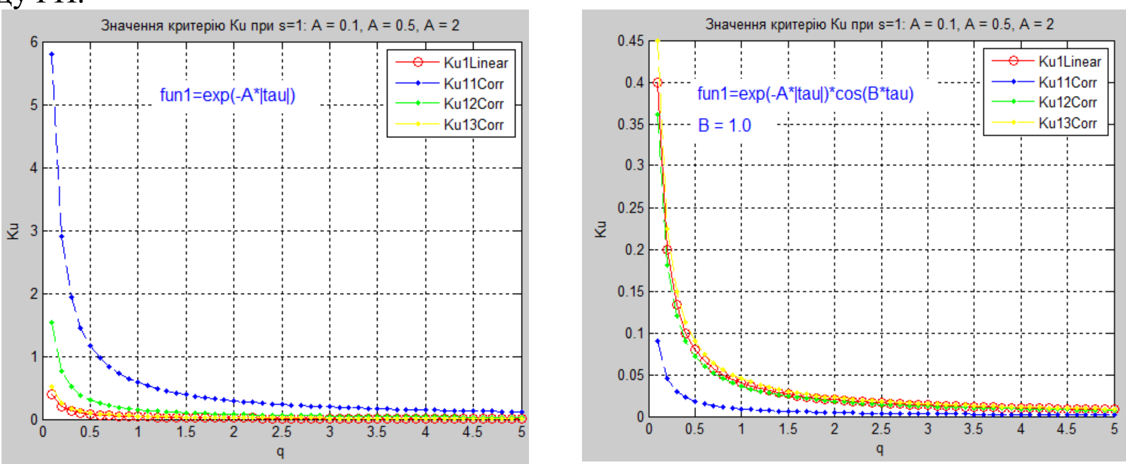


Рис.1. Представлення значення кореляційних функцій з масштабучими параметрами «A» і «B» від інтервалу кореляції tau.

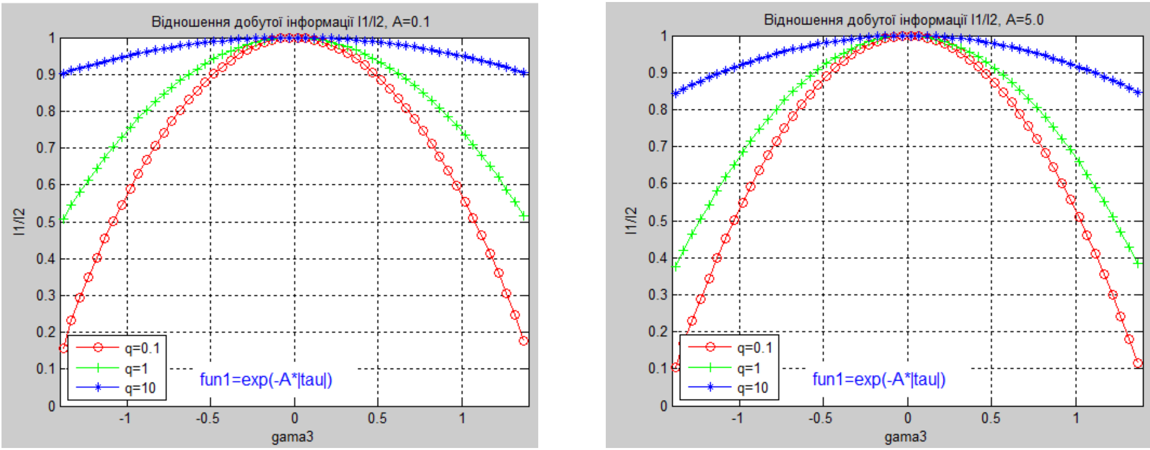
На рис.2. Ku1Linear характеризує значення критерію Ku_1 (24) для статистично незалежних вибіркових значень (A>1), а Ku11Cor, Ku12Cor, Ku13Cor значення критерію при різних параметрах A=0.1, 0.5, 2.0 відповідно. Для статистично незалежних вибіркових значень величина критерію вироджується у вираз Ku_1 (24) і обернено пропорційно залежить від кількості вибіркових значень n і параметра q, а лінійне РП (21) вироджується у добре відомий вираз (25). З графіків видно, що при зростанні відношення сигнал/шум q значення критерію Ku_1 зменшується, що свідчить про зменшення ймовірностей помилок першого і другого роду лінійного РП (21). Необхідно відмітити, що наявність кореляційних зв'язків погіршує ефективність РП (рис.2 - а), але можуть бути такі кореляційні функції (рис.2 - б), коли нявність статистичних зв'язків зменшує значення критерію Ku_1, а відповідно, зменшує ймовірності помилок першого і другого роду РП.



а) б)

Рис.2. Залежність значення критерію Ku для РП при степені s=1 від відношення сигнал/шум q при n=100.

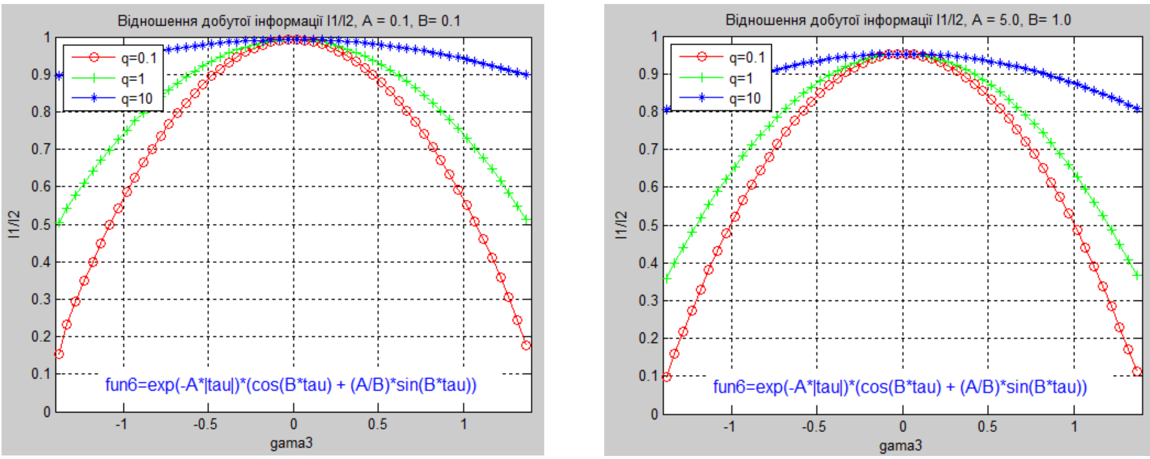
На рис.3 представлені залежності відношення кількості добутої інформації I_1 (23) про розрізнення гіпотез для лінійного РП при степені полінома s=1 (21) до кількості добутої інформації I_2 (30) про розрізнення гіпотез для нелінійного РП при степені полінома s=2 (26) від коефіцієнта асиметрії негаусової завади при різних значеннях відношення сигнал/шум q і параметрах кореляції «A». Як показано на графіках, врахування параметра асимтерії негаусової завади gama3 дозволяє збільшити значення кількості добутої інформації про розрізнення гіпотез для нелінійного РП (26) у порівнянні з лінійним (21), що підвищує ефективність виявлення сигналів. Так, при значенні gama3=1.1 (рис.3-а) значення I_2 буде удвічі перевищувати I_1, а відповідно, ймовірності помилок таких РП теж будуть удвічі менше у порівняні з лінійним РП, яке є оптимальним для гаусових моделей завад.



а) б)

Рис.3. Залежність відношення I_1/I_2 від коефіцієнта асиметрії негаусової завади gama3 при різних значеннях відношення сигнал/шум q і параметрах кореляції «А» для кореляційної функції $r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|}$.

При зміні функції кореляції (рис.4) загальні тенденції підвищення ефективності нелінійної обробки у порівнянні з лінійною зберігаються як для сильних статистичних звязків (а), так і для послаблених (б).



а) б)

Рис.4. Залежність відношення I_1/I_2 від коефіцієнта асиметрії негаусової завади gama3 при різних значеннях відношення сигнал/шум q і параметрах кореляції «А» і «В» для кореляційної функції $r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|}(\cos \mathrm{B}\,\tau + \frac{A}{\mathrm{B}} \sin \mathrm{B}\,|\tau|)$.

5. Висновки. Обробка зашумлених сигналів є значною статистичною проблемою для багатьох практичних застосувань. Основою для вирішення цих проблем є використання відношення прадоподібності. Однак, застосування цього підходу до корельованих негаусових моделей випадкових процесів представляє практичні труднощі, пов’язані з визначенням типу щільності розподілу, його параметрів, а також синтезом і аналізом алгоритмів. У статті запропоновано альтернативний підхід до опису випадкових процесів, який заснований на використанні моментів і кумулянтів, нескінченна послідовність яких дозволяє точно наблизити запропонований опис випадкових величин до повного імовірнісного опису.

В роботі розроблені нові моделі корельованих асиметричних негаусових процесів, які використано для побудови поліноміальних стохастичних РП, оптимальні коефіцієнти яких визначаються з нового «Модифікованого моментного критерію якості верхніх границь ймовірностей помилок для перевірки статистичних гіпотез».

На основі запропонованого підходу були синтезовані лінійні та нелінійні РП, досліджені їх властивості та отримані характеристики, які показують їх ефективність при впливі корельованих асиметричних негаусових завад. Показано, що лінійні РП не враховують негаусовий розподіл випадкових величин. Це пояснюється тим, що для їх опису використовуються лише перші два моменти, що представляють середнє значення та дисперсію випадкових процесів. Але отримані лінійні РП збігаються з тими, що отримані з відношення правдоподібності для гаусових моделей випадкових величин.

Нелінійна обробка вибіркових значень та врахування статистик вищих порядків негаусових процесів у вигляді коефіцієнта асимтерії призводить до покращення ефективності системи виявлення сигналів, що проявляється у зменшенні значення критерію якості РП, і відповідно, зменшенні ймовірностей помилок першого та другого роду таких РП. Показано, що вплив кореляційних зв’язків зменшує ефективність обробки, яка зменшується як для лінійних, так і нелінійних РП, але врахування структури негаусового прооцесу у вигляді коефіцієнта асиметрії в цілому покращує роботу нелінійної обробки РП.

Список літератури

1. Van Trees H., Bell K., Tiany Z. Detection Estimation and Modulation Theory. New Jersey: Wiley, 2013.
2. Kay S.M. Fundamentals of Statistical Signal Processing. NJ: Prentice Hall PTR, 2008.
3. Lin C., Chang Q., Li X. A Deep Learning Approach for MIMO-NOMA Downlink Signal Detection. *Sensors.* 2019. V.19. P.2526. URL: https://doi.org/10.3390/s19112526.
4. Michael H. Herzog, Francis G., Clarke A. Experimental Design and the Basics of Statistics: Signal Detection Theory (SDT). New York: Springer Verlag, 2019. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-030-03499-3.
5. Kassam S. Signal Detection in Non-Gaussian Noise. New York: Springer Verlag, 2011.
6. Палагін В. В., Івченко О. В. , Вєдєрніков Д. А. Статистичне оцінювання параметрів негаусових корельованих випадкових процесів :монографія. Черкаси: ФОП Гордієнко Є.І., 2018. 199 с.
7. Guo G., Mandal M., Jing Y. A robust detector of known signal in non-Gaussian noise using threshold systems. *Signal Processing*. 2012. V. 92. No.11. P. 2676-2688. URL: https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2012.04.014.
8. Duana F., Chapeau-Blondeau F., Abbott D. Non-Gaussian noise benefits for coherent detection of narrow band weak signal. *Physics Letters. A*. 2014. V. 378.. P.1820–1824. URL: https://doi.org/10.1016/j.physleta.2014.04.061.
9. Hari V.N., Anand G.V., Premkumar A.B., Madhukumar A.S.: Design and performance analysis of a signal detector based on suprathreshold stochastic resonance. *Signal Processing*. 2012. V.92. No 6. P.1745–1757. URL: https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2012.01.013.
10. Rousseau D., Anand G.V., Chapeau-Blondeau F.: Noise enhanced nonlinear detector to im-prove signal detection in non-Gaussian noise. *Signal Processing*. 2006. V. 86. No. P. 3456–3465. URL: https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2006.03.008.
11. Izzo L., Tanda M. Asymptotically optimum diversity detection in correlated non-Gaussian noise. *IEEE Transactions on Communication*. 1996. V. 44. No 5. P. 542 - 545. URL: https://doi.org/10.1109/26.494296.

12. Picinbono B.: On deflection as a performance criterion in detection. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst*. 1995. V. 31. No. 3. P.1072–1081. URL: https://doi.org/10.1109/7.395235.
13. Vachkov G. Online detection of deviation in performance of multichannel dynamical processes. *Mathematical Modelling of Signal Detection in Non-gaussian Correlated Noise*. 2016. No.5. P.1681–1686. URL: https://doi:10.1109/ICMA.2013.6618168.
14. Solc T, Mohorcic M, Fortuna C. A methodology for experimental evaluation of signal detection methods in spectrum sensing. *PLoS ONE* . 2018. V.13(6). P.1-31. URL: https://doi.org/10.1371/journal. pone.0199550.
15. Biglieri E., Lops M. Linear–Quadratic Detectors for Spectrum Sensing. *Journal of Communications and Networks*. 2014. V. 16. No.5. P. 485-492. URL: https://doi.org/10.1109/JCN.2014.000087.
16. Peppas K., Mathiopoulos P., Yang J., Zhang C., Sasase I. High-order statistics for the channel capacity of egc receivers over generalized fading channels. *IEEE Communications Letters*. 2018. V. 22. No. 8. 1740-1743. URL: https://doi.org/10.1109/LCOMM.2018.2846229
17. Watts J. P., Smith P. Stochastic Processes. An Introduction. Third Edition. 2018. Chapman and Hall/CRC.
18. Jammalamadaka S., Taufer E., Terdik, G.. Cumulants of Multivariate Symmetric and Skew Symmetric Distributions. *Symmetry*. 2021. V.13, P.1383. URL: https://doi.org/10.3390/sym13081383.
19. Kunchenko Y. Polynomial Parameter Estimations of Close to Gaussian Random Variables. Aachen: Shaker Verlag, 2002.
20. Vokorokos L., Marchevsky S., Ivchenko A., Palahina E., Palahin V.: Parameters Estimation of Correlated non-Gaussian processes by the Method of Polynomial Maximization. *IET Journal* 2017. V. 11. No.3, P.313–319. URL: https://doi.org/10.1049/iet-spr.2016.0142.
21. Palahin V., Juhar, J., Leleko S., Polozhaenko S., Palahina E. Computer Simulation of Signal Detection in non-gaussian Noise with the Neyman-Pearson Moment Quality Criterion. *9th International IEEE Conference Dependable Systems, Services and Technologies DESSERT*. 2018, P.639-644. URL: 2018. https://doi.org/10.1109/DESSERT.2018.8409203.
22. Palahina E., Gamcova M., Gladisova I., Gamec J., Palahin V.: Signals Detection in Correlated non-Gaussian Noise Using Higher-Order Statistics. *Circuits, Systems, and Signal Processing,* 37(4), 1704-1723 (2018). https://doi.org/10.1007/s00034-017-0623-5.
23. Palahin V., Juhar, Z., O., Viediernikov D., Palahina E.: Computer Modeling of Noise Signals Proccesing System in non-Gaussian Noise. *IEEE 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO, Kiev)*. 2018. P.658-662.
24. Д.О. Смірнов, Д.А. Ведерников, О.А. Палагіна, В.В. Палагін. Методи статистичного оцінювання параметрів сигналу на фоні негаусових корельованих завад. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки.* 2021. Т 22. С.106-118.
25. Палагін В.В., Зорін О.С. Моделі та методи розрізнення RZ-сигналів в інформаційно-вимірювальних системах на фоні асиметричних негаусових завад. *Вісник Вінницького політехнічного інституту.* 2023. №4. С.78–86. URL: https://doi.org/10.31649/1997-9266-2023-169-4-78-86
26. Guo G., Mandal M., Jing Y. A robust detector of known signal in non-Gaussian noise using threshold systems. *Signal Processing*. 2012. V. 92, No.11. P.2676-2688.
27. Chen Ch., Xu W., Pan Y., Zhu H., Wang J. A Nonparametric Approach to Signal Detection in Non-Gaussian Noise, *IEEE Signal Processing Letters*, vol.29, pp.503-507. (2022)
28. Zhong T., Li Y., Wu N., Nie P., Yang B. Statistical analysis of background noise in seismic prospecting. *Geophysical Prospecting.* 2015. V. 63, No 5. P.1161-1174.

29. Hai B.H. Enhanced ECG Record Quality: Integrated Artifact Suppression Using Soft Threshold on Wavelet Coefficients and Adaptive Filter Model. *Mathematical Modelling of Engineering Problems*. 2023. V. 10, No. 3. P.871-878.
30. Horn R.A., Johnson C.R. Matrix Analysis, second edition. Cambridge University Press, 2013.

MODELS AND METHODS OF SIGNAL PROCESSING IN CORRELATED ASYMMETRIC PROCESSES

V.V.Palahin[1], D.O.Smirnov[2]

[1-2]Cherkasy State Technological University
460, Shevchenko blvd., Cherkasy, 18005, Ukraine,
emails: palahin@ukr.net[1], danilyyy08@gmail.com[2]

The theory of statistical hypothesis testing is widely used in many applied problems where it is necessary to make informed decisions based on limited data samples. Signal detection in correlated non-Gaussian noise is a critical task in radio engineering and telecommunications, image processing, and biomedical research, where the noise often does not follow a normal distribution and the sample values under study may be statistically dependent. A statistical approach to the development of signal detection systems requires complete information about the type of distribution of random processes to be processed. One of the promising approaches that allows describing the studied random processes is the use of moment and cumulant description of random variables. This approach makes it possible to significantly simplify the synthesis of noisy signal detection systems with different types of distribution functions. The authors of the paper proposed a new approach based on the application of one-dimensional (1D) and two-dimensional (2D) moment-cumulant models for describing correlated non-Gaussian processes, which made it possible to modify the moment criterion of decision-making quality for the synthesis of stochastic polynomial solving rules for signal detection. The work demonstrated that nonlinear processing of sample values allows taking into account the subtle structure of non-Gaussian disturbances in the form of an asymmetry coefficient, which reduces the probability of errors in the solving rules compared to the use of traditional Gaussian models of random processes. The aim of the work is to improve the efficiency of signal detection systems in the case of additive interaction with correlated asymmetric non-Gaussian noise based on the application of moment-cumulant models of the studied random variables with the formation of a modified moment quality criterion for testing statistical hypotheses and polynomial solving rules for the synthesis of effective methods and computer tools for signal processing. The practical value of the obtained results is determined by the fact that the proposed methods and modeling tools allow obtaining nonlinear algorithms for signal detection in correlated non-Gaussian noise of various types with lower probabilities of errors of the first and second kind compared to known results. The proposed algorithms are distinguished by their simple practical implementation and high accuracy, which increases when the degree of stochastic polynomials of the solving rules increases and the parameters of non-Gaussian noise are taken into account.

Keywords: statistical hypothesis testing, moment-cumulant description, asymmetric correlated non-Gaussian noise