УДК 519.23

Informatics and Mathematical Methods in Simulation
Vol. 7 (2017), No. 1-2, pp. 139-144

ВИЗНАЧЕННЯ ОЦІНКИ СУМАРНОГО КОРЕЛЯЦІЙНОГО ВЗАЄМОВПЛИВУ ПЕРІОДИЧНИХ ПРОЦЕСІВ З БАГАТОКРАТНИМ ПОВТОРЕННЯМ ТА ПРЕДСТАВЛЕННЯМ В ПОЛЯРНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ

А.І. Сегін

Тернопільський національний економічний університет,
вул. Львівська, 1, м.Тернопіль, 46020, Україна; e-mail: scs.kafedra@gmail.com

Запропонована сумарна оцінка кореляційних взаємовпливів періодичних процесів з врахуванням багатократного повторення та представлення кореляційних функцій в полярній системі координат.

Ключові слова: кореляційна функція, полярна система координат, періодичні процеси

Вступ

Сучасний рівень інформаційно-обчислювальної техніки дав значний поштовх розвитку та реалізації складних алгоритмів прогнозування та аналізу поведінки об’єктів і процесів в промисловості, радіоелектроніці, наукових дослідженнях, техніці, економіці та інших галузях. В той же час, потужність та швидкодія комп’ютерної техніки обумовили подальший розвиток класичних методів досліджень та аналізу складних систем. Одним з таких методів є кореляційний аналіз, який для певного класу об’єктів залишається незамінним потужним математичним апаратом для вирішення ряду прикладних задач [1-2].

В природі і техніці часто зустрічаються процеси, які мають циклічний характер з точною або приблизною періодичністю, слабо вираженими кореляційними зв’язками і протікають з великою кількістю повторень періодів. Як правило, такі процеси вважаються або слабокорельованими, в яких взаємозв’язками нехтують як не суттєвими, або вважаються взагалі не корельованими, оскільки кореляційні зв’язки не перевищують певного порогу. Проте за рахунок багатократної повторюваності навіть дуже слабкі кореляційні зв’язки можуть мати суттєвий вплив на протікання процесів, зміни станів об’єктів та розвиток систем. Крім того, в процесах, коли кореляційні зв’язки є досить сильними і їх враховують, все одно вони часто є недооціненими, оскільки не врахована їх багатократна повторюваність.

Визначення сумарного ефекту кореляційного впливу періодичних процесів

При традиційному кореляційному аналізі періодичних стаціонарних процесів для обчислень коваріаційної, кореляційної та нормованої кореляційної функцій [2] використовується відповідно вирази:

$$K(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau),$$

$$R(\tau) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} (x(t)-m_x)(x(t+\tau)-m_x),$$

$$\rho(\tau) = \frac{R_x(\tau)}{D_x},$$

де T – період, $x(t)$ – сигнал, τ – зсув, m_x – математичне очікування сигналу $x(t)$, D_x – дисперсія сигналу $x(t)$. Для сигналів з нульовим математичним очікуванням коваріаційна та кореляційна функції співпадають.

В залежності від умов дослідження застосовується одна з наведених оцінок, які використовуються для визначення подібності сигналу до його зсунутої в часі копії – автокореляційна функція, чи зсунутих в часі двох різних сигналів – взаємокореляційна функція [1].

Проте, для визначення взаємовпливу періодичних сигналів часто необхідно враховувати їх повторюваність. Тоді навіть при незначних амплітудах кореляції в сумарному підсумку за рахунок великої кількості повторень це може призводити до значного взаємовпливу процесів, які значно недооцінені.

В подальшому будемо користуватись для спрощення розрахунків взаємоковаріаційною функцією, яка для дискретних сигналів представляється виразом:

$$K_{xy}(j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_{i+j}, \qquad (1)$$

де $n = \frac{T}{\Delta t}$, Δt – крок дискретизації, $x_i = x(i \cdot \Delta t)$ – дискретне значення сигналу $x(t)$, j – дискретний часовий зсув, що відповідає $j \cdot \Delta t$.

Загальний вплив періодичних процесів пропонується визначати як залежність від степеня корельованості $K_{xy}(j)$ та кількості повторень N:

$$K_{\Sigma}(j) = f(N)K_{xy}(j). \qquad (2)$$

Якщо на деякому відрізку спостереження $(0,t)$ досліджувався процес з періодичністю *T*, то кількість повторень буде дорівнювати $N = \frac{t}{T}$. При цьому, якщо залежність сумарного кореляційного ефекту від кількості повторень не носить пропорційний характер з коефіцієнтом *k*, то вираз сумарного кореляційного впливу можна записати у вигляді:

$$K_{\Sigma}(j) = kNK_{xy}(j),$$

де k – коефіцієнт пропорційності, N – кількість повторень за досліджуваний період, $K_{xy}(j)$ – кореляційна залежність між процесами.

Очевидно, що залежність K_Σ від N може мати будь-який характер: гіперболічний, експоненціальний, логарифмічний та інші, набагато складніші. Функцію $f(N)$ можна визначити з виразу (2)

$$f(N) = \frac{K_\Sigma(j)}{K_{xy}(j)}.$$

Проте це далеко не завжди можливо, оскільки K_Σ, як правило, невідоме. В такому випадку, залежність $f(N)$ визначається емпірично або методами апроксимації.

Кореляційні моделі в декартовому просторі

Одним з найпростіших прикладів таких процесів може служити об'єкт, поведінка якого описується функцією: $x(t) = A_0 + A\sin(\omega t + \varphi)$, при чому постійна складова A_0 є набагато більшою в порівнянні з амплітудою синусоїдальної складовою A (рис. 1).

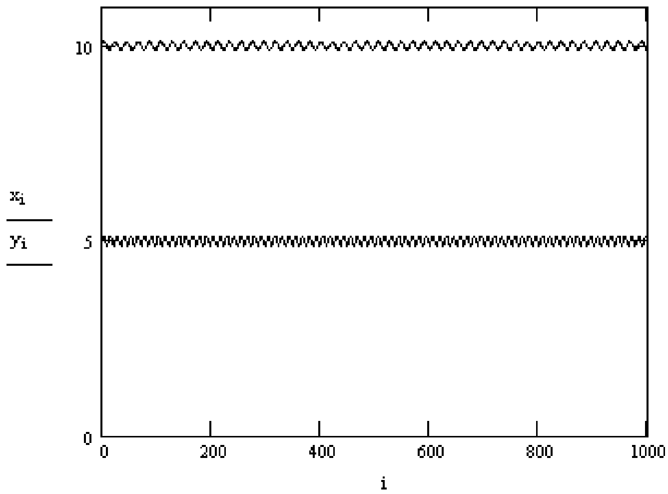

Рис. 1. Приклад сигналів з корельованими складовими малої амплітуди

В таких випадках часто синусоїдальною складовою знехтують і вважають сигнал постійним, що дорівнює A_0. Подібна ситуація відбувається і для інших слабокорельованих процесів, які включають періодичні або майже періодичні корельовані складові малої амплітуди.

При дослідженні самого процесу таке спрощення можливо допустиме, але при дослідженні взаємозв'язку між процесами це може привести до хибних результатів. Особливо це стосується процесів із кратною періодичністю або квазіперіодичних процесів, у яких спостерігається повторюваність співпадіння фаз велику кількість разів.

Такий підхід можна застосовувати і для звичайних корельованих процесів, внаслідок чого сумарний ефект кореляції може бути набагато значнішим і впливовішим ніж при звичайному однократному впливі.

В багатократних циклічних процесах слабкі кореляційні зв'язки розподілені рівномірно по всій протяжності процесів і не приводять до видимих впливів. Проте, у випадку багатократних повторень кореляційних впливів на одну і ту ж ділянку процесу може привести до значних ефектів в зміні формування об'єктів чи протікання процесів.

Побудова взаємокореляційних моделей циклічних процесів, що багатократно повторюються в декартовому просторі, здійснюється за виразом

$$R_{xy}(j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mathring{x}_i \cdot \mathring{y}_{i+j} ,$$

де $\mathring{x}_i$, $\mathring{y}_{i+j}$ – дискретні центровані значення процесів.

Для спрощення процедур обчислення можна використати взаємоковаріаційну модель, в якій немає операції центрування значень процесів і яка розраховується за виразом (1).

В результаті, для процесів, представлених на рис. 1, отримаємо коваріаційну функцію, представлену на рис. 2.

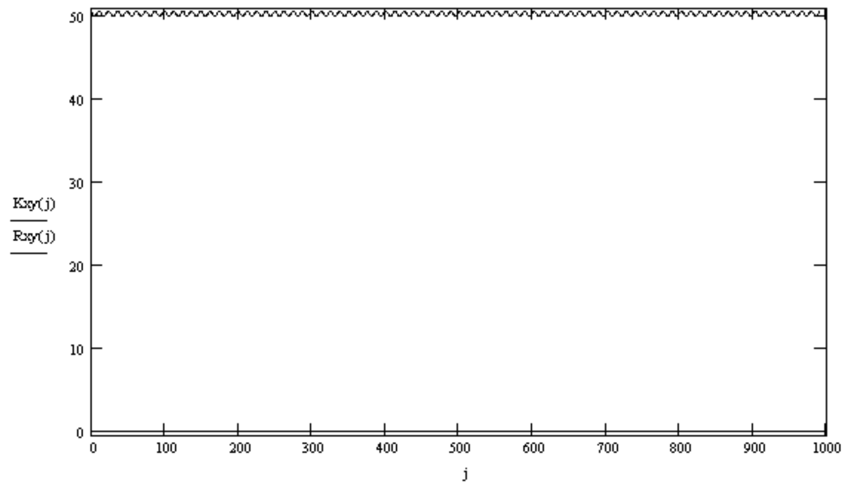

Рис. 2. Графік коваріаційної функції (верхня крива) та кореляційної функції (нижня крива) процесів, представлених на рис. 1

Як видно з графіків, представлених на рис. 2, коваріаційна функція в декартовому просторі має слабо виражений синусоїдальний характер, а кореляційна функція взагалі виглядає прямою лінією, хоча при більшому масштабі вона теж має синусоїдальний характер. Це, як правило, справедливо сприймається як відсутність кореляційних зв’язків, якими можна знехтувати. Проте, при довготривалому повторенні таких взаємокореляційних зв’язків вони можуть привести до суттєвих впливів.

Очевидно, що в декартовому просторі кожне з таких повторень відображаються окремим періодом графіку, і збільшення кількості повторень приводить тільки до розтягнення графіку в часі.

Кореляційні моделі в полярній системі координат

Представлення кореляційних моделей в полярній системі координат [3] для процесів, що розглядалися на рис. 1, буде мати вигляд, представлений на рис. 3.

Як і слід було очікувати, кореляційна функція теж практично дорівнює нулю, хоча при більшому масштабі буде мати вигляд, представлений на рис 4.

Фактично, при розгляді коваріаціних і кореляційних функцій в декартовому і полярному просторі отримані однакові результати. Хоч представлення в полярній системі координат має певні переваги [1], проте в даному випадку можна отримати наглядне представлення сумарного ефекту, якщо здійснити додавання значень кожного циклу повторень. В результаті отримаємо сумарний ефект кореляції (рис. 5).

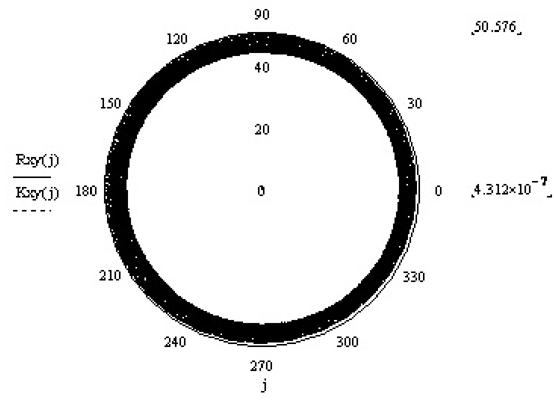

Рис. 3. Представлення коваріаційої функції (зовнішнє коло) і кореляційної функції (практично точка в значенні нуль)

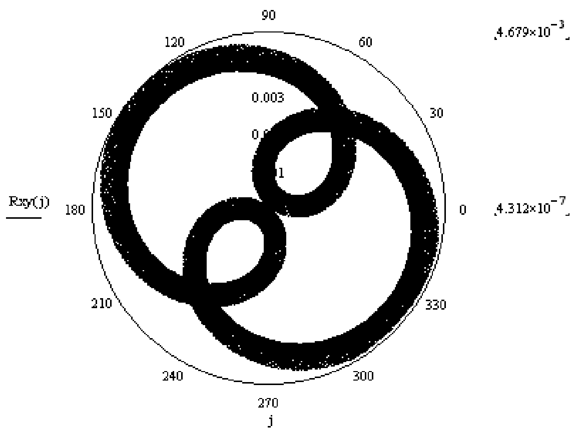

Рис. 4. Представлення кореляційної функції в полярній системі координат у збільшеному масштабі

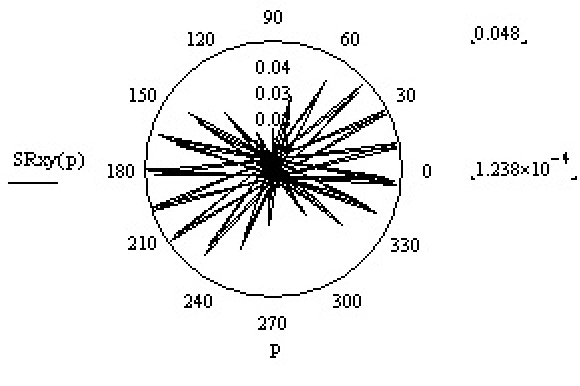

Рис. 5. Представлення оцінки сумарного ефекту кореляції в полярній системі координат

Як видно з рис. 5, порядок сумарного ефекту кореляційних зв’язків є на порядок більшим ніж на кожному циклі повторення. Крім того, можна встановити з даних графіків, на якій фазі процесів відбувається накопичення цих кореляційних ефектів і взаємний вплив є найбільшим чи найменшим.

Висновки

Аналіз сумарного ефекту кореляції може мати надзвичайне важливе значення при аналізі синусоїдальних процесів з деякими спотвореннями, наприклад, значень струмів в електромережах чи електроприладах для виявлення найбільш імовірних місць можливого пробиття ізоляції, в обертових процесах, для виявлення особливих місць навантаження та багатьох інших випадках.

Таким чином, можна досліджувати та встановлювати закономірності для процесів, які мають слабкі кореляційні зв'язки, але за рахунок великої кількості повторень протягом довгого часу можуть створювати значні сумарні впливи одні на одних, які зачасту нехтуються.

Список літератури

1. Сегін, А. І. Побудова алгоритмів формування моделей джерел інформації для автоматизованих систем реального часу / А.І. Сегін // Розвідка і розробка нафтових і газових родовищ. – Івано-Франківськ: ІФДТУНГ. Серія: методи і засоби технічної діагностики. – 1999. – Т. 8, № 36. – С. 84-93.
2. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов. Учебник для вузов. 2-е изд. / А.Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 206 – 751 с.
3. Сегін, А. І. Перспективи побудови кореляційних моделей в полярній системі координат / А.І. Сегін // Штучний інтелект, Національна академія наук України Інститут проблем штучного інтелекту. – 2009. – № 1. – С. 305-315.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОЦЕНКИ СУММАРНОГО КОРРЕЛЯЦИОННОГО ВЗАИМОВЛИЯНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА С МНОГОКРАТНЫМ ПОВТОРЕНИЕМ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕМ В ПОЛЯРНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

А.И. Сегин

Тернопольский национальный экономический университет,
ул. Львовская, 1, г.Тернополь, 46020, Украина; e-mail: scs.kafedra@gmail.com

Предложена суммарная оценка корреляционных взаимовлияний периодических процессов с учетом многократного повторения и представления корреляционных функций в полярной системе координат.

Ключевые слова: корреляционная функция, полярная система координат, периодические процессы

DETERMINATION THE GENERALIZED CORRELATION ESTIMATE THE IMPACT OF PERIODIC SIGNALS CONSIDERING MULTIPLE REPETITION AND REPRESENTATION IN POLAR COORDINATES

A.I. Segin

Ternopil national economical university
1, Lvivska Str., Ternopil, 46020, Ukraine; e-mail: scs.kafedra@gmail.com

The proposed the generalized correlation estimate the impact of periodic signals considering multiple repetition and representation of correlation functions in polar coordinates.

Keywords: correlation function, polar coordinate system, periodic processes