

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ ІГОР ПРИ АНАЛІЗІ ГІБРИДНИХ ВІЙН**В.О.Хорошко¹, М.М. Браїловський²**¹Національний авіаційний університет, пр. Любомира Гузера, 1, Київ, 03058, Україна;
e-mail: professor_va@ukr.net²Київський національний університет імені Тараса Шевченка, вул. Богдана Гаврилишина, 24, Київ, 04116
Україна, e-mail: bk1972@ukr.net

Проблеми зміни геополітичної обстановки в світі, бажання провідних країн отримати нові або зміцнити наявні сфери впливу, а інших країн зберегти або повернути свої колишні позиції призводить до застосування більш нових методів гібридної війни. Одна з методик оцінки ризику для інформаційного простору (мережевої системи) – це ймовірність атаки на неї. Оцінка безпеки інформаційного простору визначається величинами взаємодії атакуючих і оборонних сторін. Виникає запитання необхідності оцінки та прогнозу дій як оборонної сторони, так і атакуючої. Процес взаємодії між атакуючою та оборонною сторонами можна розглядати як ігровий процес. Розуміючи під грою - процес стратегічної взаємодії між ворогуючими або співпрацюючими гравцями в умовах певних обмежень і плану їх дій. Виходячи з такої інтерпретації гри, пропонується засновані на теорії ігор рішення проблем гібридної війни, прогнозування дій атакуючої сторони, визначення рішень оборонної сторони. Як і в будь-якій теорії в галузі прикладної математики, теорія ігор задає деяку формальну структуру. Приймається, що всі можливі дії кожного гравця можуть бути точно встановлені і що для кожної комбінації таких дій очікуваний результат змагання може бути визначений чисельно. Метою кожного гравця є максимізація свого очікування виграшу. Гравець може припускати, що кожен з його суперників зайнятий аналогічною оптимізацією. В роботі розглянуті різні можливі ситуації взаємодії між атакуючою та стороною, що захищається. Наведені функціональні вирази, дозволяють визначити оптимальні стратегії протидіючих сторін і знайти гарантований максимальний рівень вартості атаки. Запропоновано методи вирішення цих виразів. Зокрема, до них відносяться: методи зведення матричних і безперервних ігор до задач лінійного програмування, методи відомості безперервних ігор до матричних ігор, алгоритми наближеного рішення безперервних ігор методом випадкового пошуку, а також методи моделювання ігор.

Ключові слова: гібридна війна, теорія ігор, прогноз дій, оптимізація дій.

Вступ

Безпека інформаційного протидіюства стає все більш складною темою, оскільки численні нові мережеві атаки, що набувають характеру гібридності, стають все більш витонченими і призводять до величезних втрат. Сформувався такі області злочинів, як кіберзлочинність та кібервпливу, які вимагають найпильнішої уваги через поширення комп'ютерів як інструменту життєзабезпечення в різних областях людської діяльності.

При цьому, слід зазначити таке. З одного боку, слабкість традиційних рішень для мережевої безпеки, в умовах гібридної війни, полягає у відсутності в них системи кількісних рішень [1].

З іншого боку, оцінка безпеки [2], є важливим аспектом безпеки інформаційного простору: це оцінка конфіденційності, цілісності, доступності, уразливості і ризиків безпеки. Оцінка просторової безпеки - це категорія, яка включає визначення кожного аспекту просторової і мережевої безпеки. Оцінка ризику [3] є однією з таких заходів. Оцінка безпеки інформаційного простору і мережі включає взаємодії атакуючих і оборонних сторін на результати оцінки і визначення впливу оцінки на їх взаємодії. Наприклад, одна з методик оцінка ризику для інформаційного простору (мережевих

систем) - це ймовірність її атаки. Необхідно оцінити і передбачити дії як оборонної сторони, так і атакуючої. Процес взаємодії між атакуючою та стороною, що обороняється можна розглядати як ігровий процес. Розуміючи під грою - процес стратегічної взаємодії між ворогуючими або співпрацюючими гравцями в умовах певних обмежень і плану їх дій. Виходячи з такої інтерпретації гри, досить часто пропонується засновані на теорії ігор вирішення проблем гібридної війни, прогнозування дій атакуючої сторони, визначення рішень оборонної стороною.

Як і в будь-якій теорії в галузі прикладної математики, теорія ігор задає деяку формальну структуру. Приймається, що всі можливі дії кожного гравця можуть бути точно встановлені і що для кожної комбінації таких дій очікуваний результат змагання може бути визначений чисельно. Метою кожного гравця є максимізація свого очікування виграшу. Гравець може припускати, що кожен з його суперників зайнятий аналогічною оптимізацією [4].

Основна частина

Розглянемо наступну багатокрокову конфліктну ситуацію між атакуючою стороною C_1 і стороною, що обороняється C_2 [1]. Сторона C_1 має n_2 типів атакуючих засобів і може використовувати їх будь-яким з наявних у її розпорядженні n_1 способів. Вибір типів атакуючих засобів і тактичних прийомів здійснюється незалежно на кожному кроці атаки. Сторона C_2 має життєво важливі об'єкти оборони (мета), M засобів оборони і Π центрів управління обороною, кожен з яких здатний одночасно керувати діями не більше ρ засобів оборони. Оборонні акції сторона C_2 робить на кожному кроці атаки боку C_1 шляхом виділення m_1 і m_2 оборонних засобів, взаємодіючих із засобами атаки до і після нанесення ними удару об'єкта боку C_2 .

Об'єктами атаки є цілі і керуючі центри. Атака складається з послідовних кроків, що закінчуються, або в момент виснаження засобів нападу, або, коли сторона C_2 знищена. На кожному кроці атаки сторона C_1 може використовувати тільки один атакуючий засіб. Сторона C_2 для захисту цілей та керуючих центрів виділяє m_1 оборонних засобів, а для знищення повернутих методів атаки виділяє m_2 оборонних методів. З урахуванням керуючої здатності центрів Π маємо такі обмеження на m_1 і m_2

$$m_1 = 0, 1, 2, \dots, \min \left[M, \sum_{i \in I} \rho_i \right],$$

$$m_2 = 0, 1, 2, \dots, \min \left[M - m_1, \sum_{i \in I} \rho_i \right].$$

Припустимо, що атакуючий пристрій i -го типу вартістю a_k при використанні j -го методу атаки не досягає мети з ймовірністю $\rho_{jk}(m_1)$ і не повертається в бік C_1 з ймовірністю $\rho_{jk}^*(m_2)$. Нехай ймовірність того, що атакуючий метод знищить $\min(I, S_{jk})$ цілей буде дорівнювати τ_{jk} , а ймовірність знищення $\min(I, S'_{jk})$ керуючих центрів дорівнює τ'_{jk} .

Мета сторін C_1 і C_2 полягає у тому, щоб мінімізувати і максимізувати очікувану вартість атаки. Нехай $f_1(I, \Pi, M)$ та $f_{\Pi}(I, \Pi, M)$ є очікування значення вартості атаки на одному кроці для мети і керуючих центрів відповідно. Тоді, використовуючи принцип оптимальності [6], отримаємо наступний вираз:

$$f_I(I, \Pi, M) = \min_{j, k} \max_{m_1, m_2} \{a_k [\rho_{jk}(m_1) + q_{jk}(m_1) \cdot \rho_{jk}^*(m_2)] + f(I, \Pi, M - m_1) \rho_{jk}(m_1) + f(I, \Pi, M - m_1 - m_2) q_{jk}(m_1) (1 - \tau_{jk}) + f[I - \min(I, S_{jk}), C, M - m_1 - m_2] q_{jk}(m_1) \tau_{jk}\}; \quad (1)$$

$$f_{II}(I, \Pi, M) = \min_{j, k} \max_{m_1, m_2} \{a_k [\rho_{jk}(m_1) + q_{jk}(m_1) \cdot \rho_{jk}^*(m_2)] + f(I, \Pi, M - m_1) \rho_{jk}(m_1) + f(I, \Pi, M - m_1 - m_2) q_{jk}(m_1) (1 - \tau_{jk}) + f[I, \Pi - \min(\Pi, S_{jk}), M - m_1 - m_2] q_{jk}(m_1) \tau_{jk}'\}; \quad (2)$$

де $f(I, \Pi, M) = \min\{f_I(I, \Pi, M), f_{II}(I, \Pi, M)\}$,

$$q_{jk}(m_1) = 1 - \rho_{jk}(m_1).$$

Функціональний вираз (1) та (2) дозволяють визначити оптимальні стратегії сторін C_1 і C_2 і знайти гарантований максимальний рівень вартості атаки. При цьому необхідно враховувати очевидні умови:

$$f(0, \Pi, M) = 0, \quad (3)$$

$$f_I(I, \Pi, M) = f(I, C, 0) = 0. \quad (4)$$

Насправді, якщо $I = 0$, то сторона C_2 вже знищена, стороні C_1 не потрібно витратити кошти напад. При $M = 0$ сторона C_2 може використовувати лише одну наявну в її розпорядженні стратегію оборони $m_1 = m_2 = 0$, а тому сторона C_1 може атакувати сторону C_2 тільки спеціальними засобами. Якщо ж сторона C_1 має засіб нападу тільки одноразового використання, то при $M = 0$, опираючись на вираз (1) $\rho_{jk} = 0$, $\rho_{jk}^* = 1$, маємо:

$$f(I, \Pi, 0) = \min \{a_k + f(I, \Pi, 0)(1 - \tau_{jk}) + f[I - \min(I, S_{jk}), \Pi, 0] \tau_{jk}\}. \quad (5)$$

Рівняння (5) не залежить від Π і може бути вирішено з урахуванням умови (3).

І нарешті, при $\Pi = 0$ сторона C_2 втрачає здатність керувати обороною, що еквівалентно нагоди $M = 0$. Аналогічно (5) маємо:

$$f(I, \Pi, 0) = \begin{cases} 0, & \text{при атаці засобами багаторазового використання} \\ \min \{a_k + f(I, \Pi, 0)(1 - \tau_{jk}) + f[I - \min(I, S_{jk}), \Pi, 0] \tau_{jk}\}, & \text{при атаці} \\ \text{засобами одноразового використання} \end{cases} \quad (6)$$

У деяких випадках загальні функціональні вирази (1) і (2) можна спростити. Зокрема, якщо напад сторони C_1 на сторону C_2 здійснюється тільки системами разового використання або багаторазового використання, а сторона C_2 може оборонятися тільки перед атакою, то, опираючись на вираз (1) і (2) $m_2=0$, отримуємо такі функціональні рівняння.

При нападі засобами багаторазового використання маємо:

$$f_I(I, C, M) = \min_{j, k} \max_{m_1} \{a_k \rho_{jk}(m_1) + f(I, C, M - m_1) [1 - q_{jk}(m_1) \tau_{jk}] + \\ + f[I - \min(I, S_{jk}), C, M - m_1] q_{jk}(m_1) \tau_{jk}\},$$

$$f_C(I, C, M) = \min_{j, k} \max_{m_1} \{a_k \rho_{jk}(m_1) + f(I, C, M - m_1) [1 - q_{jk}(m_1) \tau'_{jk}] + \\ + f[I, C - \min(I, S'_{jk}), M - m_1] q_{jk}(m_1) \tau'_{jk}\}.$$

Для застосування засобів разового використання:

$$f_I(I, C, M) = \min_{j, k} \max_{m_1} \{a_k \rho_{jk}(m_1) + f(I, C, M - m_1) [1 - q_{jk}(m_1) \tau_{jk}] + \\ + f[I - \min(I, S_{jk}), C, M - m_1] q_{jk}(m_1) \tau_{jk}\},$$

$$f_C(I, C, M) = \min_{j, k} \max_{m_1} \{a_k + f(I, C, M - m_1) [1 - q_{jk}(m_1) \tau_{jk}^e] + \\ + f[I, C - \min(I, S'_{jk}), M - m_1] q_{jk}(m_1) \tau'_{jk}\}.$$

Початкові умови (3) – (6) залишаються при цьому без змін.

Питання вирішення виразів (1) і (2) пов'язані з використанням різних методів. Зокрема, до них відносяться: методи зведення матричних і безперервних ігор до задач лінійного програмування [7,8], методи відомості безперервних ігор до матричних ігор [9], алгоритми наближеного рішення безперервних ігор методом випадкового пошуку [10], а також методи моделювання ігор [11].

Між матричними і безперервними іграми та завданнями лінійного програмування існує найтісніший зв'язок [7,12]. Останні можуть бути вирішені одним з добре відомих методів [12,13,14]: симплекс-методом, методом послідовного поліпшення плану, методом послідовного уточнення оцінок або методом послідовного скорочення неоднозначностей.

У тих випадках, коли для даного класу гри не існує регулярного методу визначення оптимальних стратегій і вартості гри, можна скористатися методом моделювання ігор. Серед різних підходів до моделювання ігор найбільш перспективними є: імітування гри шляхом використання імітуючих моделей ігор, побудова штучних стохастичних моделей гри (метод Монте-Карло) і безпосереднє розігрування партій гри з метою отримання переваги.

Використання сучасних засобів обчислювальної техніки дозволяє без особливих труднощів визначити оптимальні стратегії поведінки сторін в ситуації «напад-оборона».

Для практичних застосувань теорії ігор характерним є наявність ситуації не суворого антагоністичного характеру. Ігрові моделі таких ситуацій вивчаються теорією біометричних і коаліційних ігор. При цьому виникають завдання вимірювання та обліку характеру взаємовідносин сторін [15].

Розглянемо нормальну форму гри: $G(I)$: сторона $i \in I = (1, 2, \dots, n)$ у дискретні моменти часу $t=0, 1, 2, \dots$ вибирає стратегії $\chi_s^{(i)}$ у просторі $X_i = \{\chi_s^{(i)}; 1 \leq S \leq m_i\}$, у випадку вибору точки сторона i отримує вигравш, який оцінюється функцією $M^{(i)}(\chi, t)$.

$$\chi = (\chi^{(1)}, \chi^{(2)}, \dots, \chi^{(n)}) \in \prod_{i \in I} X_i$$

Через те, що функції сторін залежать від часу, то взаємини сторін з часом можуть змінюватися. Отже, в кожний момент часу коаліційна структура гри $G(I)$ буде характеризуватися певними взаємовідносинами сторін. Для вимірювання цих взаємин в роботі [15] було введено поняття шкали напруженості конфлікту $H(t)$, а також поняття ступеня, кооперування b_{ij} сторони i зі стороною j . При цьому негативні значення $b_{ij}(t)$ розуміються як ступінь конфлікту.

В результаті відношення боку i до всіх інших сторін безлічі I можна визначити вектором $b_i = \{b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{in}\}$, який буде називатися стратегією переваги сторони i . Таким чином, вся гра характеризується матрицею

$$B_t = \|b_{ij}(t)\| \quad (7)$$

де $b_{ij}(t)$ – є характеристика відносин сторони i_k власним інтересам.

Абсолютні значення b_{ij} характеризують ступінь симпатій або ворожнечі боку i до сторони j . У загальному випадку $b_{ij} \neq b_{ji}$, тобто, відносини сторін можуть не відрізнятися повною взаємністю, а прагнення до об'єднання зусиль може бути неоднаково сильним. Іншими словами, відносини конфлікту або кооперація не обов'язково симетричні: сторона i може конфліктувати зі стороною j , в той час як сторона j кооперується зі стороною i . Такі ситуації особливо характерні для соціальних систем.

Нехай $A_t^{(i)} = \{j: b_{ij} > 0\}$ и $B_t^{(i)} = \{j: b_{ji} > 0\}$, тоді коаліція N_t , в яку хотіла б в момент t входити сторона i , може бути визначена умовою:

$$N_t^{(i)} = A_t^{(i)} \cap B_t^{(i)}. \quad (8)$$

Можливість же освіти цієї коаліції визначається виконанням співвідношення

$$\bigcap_{S \in N_t^{(i)}} N_t^{(i)} \cap A_t^{(S)} = N_t^{(i)}. \quad (9)$$

Розглянемо випадок, коли в якості шкали напруженості обрана упорядкована сукупність $\{H\}$ станів гри $G(I)$. Причому, припустимо, що задані ймовірності переходу $p_{ij}(B)$ зі стану H_i до стану H_j . Завдання полягає в тому, щоб стороні i вибрати таку стратегію переваги b_i , яка б максимізувала ймовірність:

$$P_i(b_1, b_2, \dots, b_n) = P \left\{ H \in \Theta_i = \bigcup_{j \in G_i} H_j / G_i \right\} = \left\{ j: M^{(i)}(H_j, t) \geq M^{(i)}(H_l, t), (l = 1, 2, \dots, \tau) \right\},$$

де τ – число можливого стану гри $G(I)$: $M^{(i)}(H_l, t) = \sum_{\chi \in H_l} M^{(i)}(\chi, t)$.

Отже, стійка стратегія переваги b_i^0 боку i буде визначатися рівністю:

$$P_i(b_i^0) = \max_{b_i} \min_{\{b_j\}_{j \neq i}} P_i(b_1, b_2, \dots, b_n)$$

де – мінімум береться по всім сторонам матриці В, за винятком i -й сторони, по якій шукаємо мінімум. Очевидно, що якщо хоча б одна зі сторін безлічі І не є противником боку i , то значення $P_i(b_i^0)$ може тільки збільшуватися, тобто $P_i(b_i^0)$ є нижня оцінка ймовірності $P_i(b_1, b_2, \dots, b_n)$ для сторони i .

Отже, справедлива наступна теорема.

Теорема. Гра $G(I)$ в момент часу $t=k$ в інтервалі $0 \leq t \leq m$ має оптимальну структуру $\tau_k = \{N_t^{(i)}\}$, де коаліція $N_t^{(i)}$ визначається умовою (8) та (9), а матриця В визначається з розв'язку рівняння:

$$P_j^0(k, s) = \max_{b_i(t)} \min_{\{b_j(t)\}_{j \neq i}} \sum_{j=1}^{\tau} P_{sj}(B) P_i^0(k+1, j) \quad (10)$$

де $P_{sj}(B) = P_{sj}[b_1(k), b_2(k), \dots, b_n(k)]$ - ймовірність переходу зі стану H_s до стану H_j в момент $t=k$, залежної від стратегій переваги сторони з безлічі І.

Розв'язання рівняння (10) знаходиться при початковій умові

$$P_i^0(m, s) = \begin{cases} 1 & \text{при } H_s \in \Theta_i \\ 0 & \text{при } H_s \notin \Theta_i \end{cases}$$

Нехай $P_i(k, s, B)$ є ймовірність того, що при потраплянні на k -м кроків перейде в стан H_s гра за решту $m-k$ кроків перейде у стан Θ_i , бажано для сторони i :

$$P_i(k, s, B) = P\{H(m) \in \Theta_i / H(k) \in H_s\}$$

За формулою повної ймовірності маємо

$$P_i(k, s, B) = \sum_{j=1}^{\tau} P_{sj}(B) P_i(k+1, j, B). \quad (11)$$

При $k=m-1$ отримаємо

$$P_i(m, j, B) = \begin{cases} 1 & \text{при } H_j \in \Theta_i \\ 0 & \text{при } H_j \notin \Theta_i \end{cases}$$

Отже

$$P_i(m-1, s, B) = \sum_{j: H_j \in \Theta_i} P_{sj}(B) \quad (12)$$

З виразу (10) и (12) маємо

$$P_i^0(m-1, s) = P_i(m-1, s, B^0) = \max_{b_i(t)} \min_{\{b_j(t)\}_{j \neq i}} P_i(m-1, s, B) \quad (13)$$

Маючи на увазі (11) $k=m-2$, с врахуванням формули (12) маємо

$$P_i(m-2, s, B) = \sum_{j=1}^{\tau} P_{sj}(B) P_i(m-1, j, B) = \sum_{j=1}^{\tau} P_{sj}(B) \sum_{j: H_j \in \Theta_i} P_{sl}(B) = \sum_{j=1}^{\tau} \sum_{l: H_j \in \Theta_i} P_{sj}(B) P_{sl}(B) \quad (14)$$

Нехай в (14) до функції матриця B вибрана з умови (13). Тоді ймовірність $P_i(m-2, s, B)$ буде найменшою, а тому можна записати рівність:

$$P_i(m-2, s, B) = \sum_{j=1}^{\tau} P_{sj}(B) P_i^0(m-1, j).$$

Аналогічно отримаємо $P_i^0(m-2, s) = \max_{b_i(t)} \min_{\{b_j(t)\}_{j \neq i}} \sum_{j=1}^{\tau} P_{sj}(B) P_i^0(m-1, j)$.

Продовжуючи ці міркування, отримаємо функціональне рівняння (10) для визначення стійких стратегій переваги. Цим теорема доведена.

Висновки

В роботі запропоновано підхід до оцінки безпеки інформаційного простору в інформаційному протиборстві сторін в гібридній війні. Наведено методику оцінки безпеки інформаційного простору, яка визначається величинами взаємодії і передбачення дій атакуючих і оборонних сторін. Процес взаємодії між атакують і обороняються сторонами розглянуто як ігровий процес. Сформульовано і доведено теорему, що дозволяє знайти рішення гри $G(I)$, оптимальне в розумінні гарантування мінімуму виграшу для кожної сторони безлічі I .

При цьому, збільшення оцінок виграшів може бути досягнуто за рахунок урахування додаткової функції про взаємини сторін.

Список літератури

1. Alpcan T., Baser T. An intrusion detection game with limited observation, Proc. 12th Int. Symp. On Dynamic Games and Applications, 2006. URL: <http://www.tansu.alpcan.org/papers/isdg06.pdf>.
2. Security measurement – white paper, URL: <http://www.psmc.com/Downloads/Technology Papers/Security White Paper-v. 3.0. pdf>.
3. He W., X: Ac., Wang H., Zheng C., J.Y. A game theoretical attack-defense model oriented to network security risk assessment, *International Conference on Computer Science and Soft ware Engineering*, 2008, P. 498-504.
4. Горяшко А.П. Теория игр: от анализа к синтезу. Обзор результатов. *Электронный журнал Cloud of Science*, 2014, Т.1, №1. с. 47-55. URL: <http://cloud of science.ru>
5. Gohen N. An attack defense game with matrix strategies, “Naval Res. Logist. Quart.”, 1996, V 13, №4 – p. 234-246.
6. Беллман Р. Динамическое программирование. М.: Иностран. лит., 2005. 308 с.
7. Дрешер М. Стратегические игры: Теория и приложения. М.: Сов. радио, 2014. 304 с.
8. Forgo F. Relationship between continuous zero-sum two-person game sand linear programming. *Dep. Math. K. Marx. Univ. Econ. Budapest*. 2009. №1. P. 98-110.

9. Блекуэлл Д., Гришик М.А. Теория игр и статистических решений. М.: Иностран. лит., 2001. 363 с.
10. Мак-Кинет Дж. Введение в теорию игр. М: Физмат. 2000. 502 с.
11. Blackman N. Communication as a game. *IRE Wescon Convention record*. 2001. V.2.P. 176-189.
12. Волконский В.А. Модель оптимального планирования и взаимосвязи экономических показателей. М.: Наука, 2007. 286 с.
13. Поспелов Д.А. Игры и автоматы. М.: Энергия, 2006. 284 с.
14. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Задачи и модели линейного программирования М: Сов. радио, 1991. 408 с.
15. Sisson R.I., Ackoff R.L. Toward a theory of the dynamics of conflict. *Peace Res. Soc. (Int.) Papers*. 2006. V. 5. P. 1011– 1032.

THE USE OF GAME THEORY FOR THE ANALYSIS OF HYBRID WARS

V.O. Horoshko¹, M.M. Brailovskyi²

National Aviation University, Lubomyr Guzar Ave, 1, Kyiv, 03058,
Ukraine; e-mail: professor_va@ukr.net
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Bohdana Havrylyshyna Street, 24,
Kyiv, 04116, Ukraine; e-mail: bk1972@ukr.net

The issues of constantly changing geopolitical situation in the world and the desire of leading powers to obtain or strengthen the new and existing spheres of influence, as well as the urge of other countries to maintain or regain their former positions, leads to the use of new methods of hybrid warfare. One of the methods employed for information environment (i.e. network system) risk assessment is the probability of an attack on it. Information Security Assessment is determined by the values of the interaction between the attacking and defensive sides. This raises the challenge of the need to assess and predict the actions of both the defensive and the attacking sides. The process of interaction between attackers and defenders can be viewed as a game play, understood as the process of strategic interaction between the opposing or cooperating players under certain constraints and their plans of action. Deriving from this interpretation of the game, resolving the issues of hybrid war on the basis of the theory of games, predicting the actions of the attacking side, and determining the decisions by the defensive side is proposed. As in any theory of applied mathematics, game theory provides some formal structure. It is assumed that all possible actions of each player can be accurately established and for each combination of such actions the expected outcome of the competition can be quantified. The goal of each player is to maximize their expectation of winning. The player can assume that each of his opponents is busy with a similar optimization. The paper considers various possible situations of interaction between the attacking and defending sides. Functional expressions are given to determine the optimal strategies of the opposing sides and to find the guaranteed maximum level of the cost of an attack. Methods for solving these expressions are proposed. In particular, these include the following: methods for reducing matrix and continuous games to linear programming problems, methods for reducing continuous games to matrix games, algorithms for the approximate solution of continuous games by the random search method, and methods for modeling games.

Keywords: hybrid warfare, game theory, action prediction, action optimization.