

## ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ НАВЧАННЯ ТЕОРІЇ І ПРАКТИКИ КОМБІНАТОРНИХ ІГОР

В.М. Рувінська, А.С. Тройніна

Національний університет «Одеська політехніка»  
1 Шевченка пр., Одеса, 65044, Україна  
emails: iolnlen@te.net.ua; anastasiyatroynina@gmail.com

Метою роботи є зменшення часу на навчання теорії і практиці комбінаторних ігор за рахунок розробки методики та системи навчання, і інтеграція її в комп'ютерну навчальну гру, що допомагає побудувати правильну стратегію гри, робить підказки для вибору оптимальних ходів, дозволяє зручно спостерігати за результатами проведених ігор, переглядати минулі ходи, робити математичні розрахунки, при цьому пропонуючи унікальний та цікавий дизайн. Як результат розроблено методику навчання та програмний продукт, що являє собою гру, яка організовує процес навчання для визначення вигравшних стратегій за допомогою розробленої методики та системи навчання. Інструментами розробки є інтегроване середовище розробки Microsoft Visual Studio для програмування мовою C#; багатоплатформний інструмент для розробки дво- та тривимірних ігор Unity3d; StarUML, як інструмент моделювання бізнес-логіки застосування та використання системи управління версіями Git.

**Ключові слова:** методика навчання, ігровий та навчальний сценарій, навчальна програма, математична теорія комбінаторних ігор, стратегія гри, вигравшна позиція, програшна позиція, XOR-сума.

**Вступ.** Гра може стати чудовим засобом формування освітнього, розвиваючого та інтелектуального потенціалу особистості. Давно ігри стали використовувати під час навчання іноземних мов, правил дорожнього руху, програмування, популярні розвиваючі ігри для дітей та інші.

Створення навчальних комп'ютерних ігор є одне із важливих напрямів у комп'ютеризації навчання. Поєднання емоційної привабливості, яке притаманне грі, та аудіовізуальних, обчислювальних, інформаційних та інших можливостей обчислювальної техніки несе у собі великий дидактичний потенціал, який може і має бути реалізований у навчальній практиці. Особливо ефективно застосування таких навчальних ігор у областях, де потрібно придбання та розвиток навичок [1]. Крім них, існує ціла низка ігор, які використовуються при вивченні нового матеріалу, закріпленні пройденого. За своєю дидактичною спрямованістю найбільш поширеними та дієвими виявилися ігри, призначені для контролю оцінки знань та умінь учнів [2].

Навчальна гра може розглядатися як навчальна система, в якій процес навчання інтегрований в гру. Якісні навчальні ігри зберігають можливість навчальних систем і, в той же час, володіють великим мотиваційним потенціалом. Ключовою характеристикою якості навчальної гри є баланс ігрової і навчальної компоненти, що забезпечує цілісність сприйняття гри і можливість досягнення цілей навчання.

В роботі обрана предметна область, що стосується комбінаторних ігор, в зв'язку з тим, що їх теорія достатньо складна для навчання, з одного боку, а, з другого, існують такі ігри, і щоб в них грати, треба знати теорію, з третього, в них цікаво грати. Отже пропонується створення систем для навчання теорії і практиці простих комбінаторних ігор, що дозволяють грати в комбінаторні ігри, а також

допомагають побудувати правильну стратегію гри, зберігаючи при цьому ігрову привабливість.

Виходячи з вищесказаного, можна стверджувати, що впровадження навчальних ігор в освітній процес є однією з найважливіших задач. Проблема, що лягла в основу дослідження, полягає в тому, що існуючі рішення по інтеграції навчального процесу в ігровий контекст, як правило, обмежені можливістю застосування в одному програмному продукті і не можуть бути перенесені на розробку нових. Рішення полягає в розробці узагальнюючої методики навчання для схожих задач і інтеграцію її в різні навчальні системи, що і реалізовано на прикладі простих комбінаторних ігор.

**Загальні відомості про комбінаторні ігри.** Комбінаторні ігри – це ігри двох гравців з повною інформацією і без випадкових та прихованих ходів з виграшним або програшним результатом. Випадкові ходи притаманні, наприклад, іграм в карти, а приховані – таким іграм, як «морський бій» і «камінь-ножиці-папір». Таким чином, комбінаторна гра визначається множиною позицій, включаючи початкову позицію, і гравцем, чия черга робити хід. Гра змінюється від однієї позиції до іншої, гравці роблять хід по черзі до тих пір, поки не досягнута кінцева позиція. Кінцева позиція – це позиція, в якій немає можливих ходів. Досягнувши кінцевої позиції один з гравців оголошується переможцем, а другий тим, хто програв. Розглядають рівноправні ігри, правила яких не роблять різниці між гравцями; нерівноправні ігри, в яких кожен гравець в заданій позиції має різні набори можливих ходів (такі ігри, як шахи або шашки, в яких один гравець грає білими фігурами, а другий чорними, є нерівноправними).

**Критичний огляд існуючих навчальних комбінаторних комп'ютерних ігор та засобів навчання.** Перш за все існують програмні системи для найбільш популярних комбінаторних ігор. В Lucas Chess [3] та Arena [4] наявний шаховий наставник, що слідкує за ходами користувача та робить підказки, тобто гравець може задати певну позицію, а програми аналізують партії та надають найкращі для користувача варіанти розвитку. У Lucas Chess включені десятки тисяч підготовлених позицій, таких як різні види ендшпілю, тактичних комбінацій і шахових проблем, починаючи від мату в 2, 3, 4 і більше ходів, реалізується експорт/імпорт шахових партій. Навчальний процес містить широкий вибір вправ для підняття свого рівня гри: задачі на пошук мату, знайти кращий хід, задача дня, навчання з книгою, вивчення тактик методом повторення, вивчення дебютів методом повторення та інші. Arena – це клієнтська програма, що дозволяє підключити будь-який шаховий движок, який підтримує протоколи UCI чи Winboard. має невелику вбудовану дебютну бібліотеку з різноманітними партіями, а також може зберігати шахові партії.

Auroga Vogealis [5] – шашкова програма, що об'єднує в собі можливості гри і роботи з шашковими базами партій, присутня можливість завантажувати навчальну літературу в певному форматі. При відображенні ігрової ситуації користувач може отримати довідкову інформацію по цій позиції. Також користувач може встановити в програмі будь-яку позицію, а Auroga підкаже найкращий варіант гри в ній: в яких партіях вона зустрічалася, як далі розвивалися події, а також, про те, як розігрування цієї позиції трактується шашковими підручниками. Пропонується проста методика самонавчання.

SmartGo [6] надає можливість користувачеві зіграти партію в Go, а також навчатися цій грі. Бібліотека програми нараховує більш ніж 94000 професійних партій, орієнтуватись по яким допомагають функції пошуку та фільтрації. SmartGo в змозі серед усіх партій знайти необхідні позиції та показати статистику того, як часто даний хід обирався професіоналами. Можна порівняти свою гру з

партіями професіоналів. Також програма включає більше 2000 задач різних рівнів складності і є можливість створення свого набору задач.

Wzebra [7] – програма для гри у реверсі. Гра ведеться на заданій користувачем складності: від новачка до професіонала. Програма підтримує ряд корисних у навчанні функцій: відображення можливих ходів, повернення ходу в разі помилки, автоматичні ходи. Для максимально кращого результату WZebra може розрахувати варіанти ходу для позиції, заданої користувачем. Навчання може проводитись через спеціальний режим гри з кількісною оцінкою всіх можливих в даній позиції ходів.

Існує ряд систем, які реалізують математичну гру “НІМ”, але не навчають, як грати оптимально. А програм, з якими можна пограти в “НІМ з обмеженнями” та “Дати” не існує зовсім.

Порівняння систем було проведено переважно за характеристиками, які впливають на процес навчання та реалізовані у розробленій навчальній грі. Здебільшого подібні системи не містять теоретичних матеріалів, навчання не має певного сценарію, а ведеться під час самої гри за рахунок системи підказок та аналізу позицій. Саме тому є актуальною розробка навчальної системи, в якій були б реалізовані вищеперераховані засоби навчання та контролю знань, а також вищезазначені комбінаторні ігри “НІМ”, “НІМ з обмеженнями” та “Дати”.

**Постановка задачі.** Метою дослідження є зменшення часу на освоєння математичної теорії комбінаторних ігор і збереження ігрової привабливості на базі створеної методики навчання теорії комбінаторних ігор за допомогою інтерактивних комп’ютерних систем.

Для досягнення мети вирішуються наступні задачі:

- проаналізувати існуючі класи навчальних комп’ютерних ігор для віднесення комбінаторних ігор до класу(ів);
- проаналізувати підходи до інтеграції процесу навчання в комбінаторні ігри та вибрати необхідний(і);
- вибрати тип сценарію(їв) для комбінаторних ігор;
- провести систематизацію учбового курсу про комбінаторні ігри та розробити навчальні сценарії з елементами гри;
- розробити узагальнену методику для навчання комбінаторним іграм;
- реалізувати створену методику у комп’ютерних комбінаторних іграх.

Розроблена програмна система повинна мати наступні функціональні можливості:

- гра з точно відтвореними правилами настільної гри «НІМ», «НІМ з обмеженнями» та «Дати»;
- навчальна гра, що вирішує задачу навчання теорії виграшної стратегії;
- аналіз та отримання підказок по позиції;
- інструмент для математичних розрахунків у двійковій системі;
- перегляд попередніх ходів та аналіз ходів комп’ютера;
- тренувальний режим рандомних позицій за певний час з записом статистики у файл (кількість правильних та неправильних відповідей; кількість розв’язаних позицій за певний час; час який пішов на вирішення одної позиції тощо);
- перегляд теоретичних матеріалів.

**Опис ігор “НІМ”, “НІМ з обмеженнями”, “Дати”.** Розглянемо далі конкретні прості комбінаторні ігри, на яких випробувана запропонована методика [8].

*НІМ.* Два гравці по черзі беруть предмети з купок. Позиція гри може містити довільне число купок та предметів, а також формується вона до початку гри. За один хід гравець може взяти будь-яку кількість предметів з будь-якої купки: навіть

всю купку повністю, але хоча б один предмет необхідно взяти, і брати предмети потрібно з однієї купки. Гравець, що взяв останній предмет – перемагає.

Позиція в НІМ записується шляхом перерахування розмірів наявних купок, наприклад,  $(n_1, n_2, n_3)$  – позиція, в якій є три купки, в першій  $n_1$  предметів, в другій  $n_2$  предметів, а в третій –  $n_3$ .

Позиція, в якій хід належить гравцеві, що зможе довести партію до виграшу, ведучи правильну гру, називається виграшною. Будь-яка інша позиція називається програшною. Який би хід гравець в програшній позиції не зробив, його противник зможе виграти, якщо буде робити оптимальні ходи. Оптимальний (найкращий) хід у виграшній позиції полягає в тому, що гравець повинен залишити своєму противнику програшну позицію.

Гравець має виграшну стратегію тоді і тільки тоді, коли XOR-сума розмірів купок відмінна від нуля. В іншому випадку поточний гравець знаходиться в програшному стані. Опинившись в стані з нульовою XOR-сумою, гравець не зможе вийти з цього стану – при будь-якому його переході в стан з ненульовою XOR-сумою у противника знайдеться відповідний хід, який повертає XOR-суму назад в нуль.

Для того, щоб гравець при правильній грі доводив партію до перемоги, пропонується наступна стратегія (при виконанні ходу з певної позиції):

Приклад позиції:  $(2, 3, 6) \quad 010 \ 011 \ 110$

1. Знаходимо XOR-суму розміру купок (S)  $S = \text{XOR} (010, 011, 110) = 111$

2. Якщо вона ненульова, то це виграшна позиція, інакше – програшна. Якщо позиція програшна, та якщо інший гравець буде грати оптимально, то виграв інший гравець. Якщо позиція виграшна, треба зробити оптимальний хід (п. 3-5).

$S = 111 \ \<> \ 0$  – виграшна позиція

3. Знаходимо в цій сумі S в двійковому коді місце першої зліва (старшої) одиниці.

В сумі S є одиниця в старшій позиції.

4. Знаходимо купку, в якій є одиниця в цій же позиції (така хоча б одна купка є, інакше б і в XOR-сумі не було б одиниці).

Це третя купка, де 6 предметів.

5. Знаходимо XOR-суму S і розміру знайденої купки – отримуємо кількість предметів, яке потрібно залишити в знайденої купці при оптимальному ході.

$\text{XOR} (111, 110) = 001$

В третій купці треба залишити один предмет, тобто, забрати – 5. Це і буде оптимальний хід.

*НІМ з обмеженнями.* У грі НІМ за один хід можна було брати будь-яку ненульову кількість предметів з однієї купки. В НІМ з обмеженнями за один хід можна брати не будь-яку кількість предметів, а, тільки одну або декілька наперед заданих кількостей, наприклад, 3 або 5. Гра змінилась незначно, проте рішення, що було застосоване до класичного НІМ, вже не працює.

Спочатку розглянемо спрощену гру, коли є тільки одна купка з деякою кількістю предметів. Треба, аналогічно НІМ, вміти узнавати, програшна це або виграшна позиція в залежності від кількості предметів. І, аналогічно НІМ, гравець при оптимальній грі буде переводити суперника в програшну позицію. Виграшність позиції визначається за допомогою чисел Гранді для позиції. Якщо число Гранді дорівнює 0, то це програшна позиція, інакше - виграшна. Використовується для розрахунку чисел Гранді допоміжна функція  $\text{mex}$  від множини чисел, яка повертає найменше невід'ємне число, що не зустрічається в цій множині.

Також будується орієнтований граф гри, вершинами якого є позиції, а ребра позначають можливі переходи між позиціями. Розрахунок чисел Гранді

починається з вершин без вихідних ребер, з яких не можна перейти нікуди — це кінцеві програшні позиції, в них числа Гранді дорівнюють 0. Теорема Гранді говорить, що для того, щоб знайти число Гранді для позиції (вершини)  $V$ , треба знайти значення функції  $mex$  від множини вершин, в які є перехід з  $V$ . Таким чином, можна рекурсивне розраховувати числа Гранді для всіх вершин, починаючи з тих, що не мають виходів.

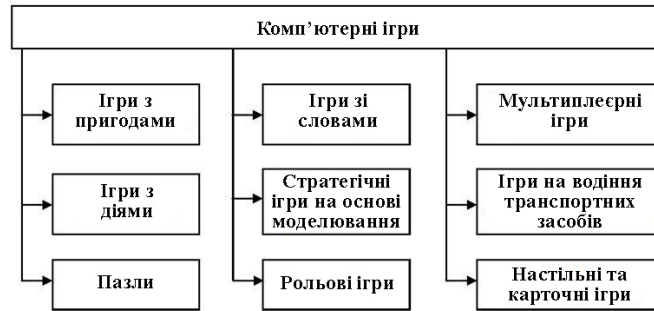
Знаючи числа Гранді для кожної вершини, можна оптимально грати в гру НІМ з обмеженнями з однією купкою. Часто буває, що в числах Гранді є закономірності, зокрема, періоди, і це можна використовувати для спрощення розрахунків.

Тепер, якщо купка не одна, а декілька, то така гра розглядається як сума ігор для всіх купок, і число Гранді для такої гри розраховується як XOR-сумі чисел Гранді для кожної з ігор-доданків.

*Ретроспективний аналіз.* Існують різні способи вирішення задач з іграми. В загальному випадку можна використовувати так званий ретроспективний аналіз [9]. Для оптимальної гри, аналогічно НІМ з обмеженнями, необхідно завчасно тим чи іншим способом для кожної позиції розрахувати, виграшні вони чи програшні, зокрема, за допомогою проходу від кінцевих позицій до всіх останніх. А далі можна кожного разу переводити суперника в програшну позицію. Так вирішується, наприклад, гра «Дати». На вході задаються дві дати: початкова і заключна. Гра починається з першої більш ранньої дати Кожен гравець на своєму ході називає пізнішу дату, збільшуючи на 1 або 2 або день у місяці, або місяць, але не те й інше відразу. При цьому поєднання дня та місяця має залишатися датою. Гравець, який назвав останню дату, програє. Використовується ретроспективний аналіз, коли до початку гри заздалегідь розраховується для кожної дати (дня) року на діапазоні початкова дата - заключна дата, виграшна вона, чи програшна, якщо обидва гравця будуть грати оптимально. Рухаючись у зворотному напрямку, починаючи з заключної, переходять до позицій, які переводяться в заключну за 1 хід, потім – до позицій, які переводяться в заключну за 2 ходи, і так далі, поки не буде досягнута початкова позиція.

**Класифікація навчальних комп'ютерних ігор.** Навчальна комп'ютерна гра – це форма навчально-виховної діяльності, що імітує ті чи інші практичні ситуації, є одним із засобів активізації навчального процесу, сприяє розумовому розвитку. По суті навчальна комп'ютерна гра є дидактичною грою, організованою на більш високому технічному рівні. Розроблено та успішно використовуються в навчальному процесі електронні навчальні курси і системи, досліджуються і аналізуються методи і результати їх застосування [10-12]. Вчені постійно розробляють і пропонують до впровадження нові, більш досконалі методи, що дозволяють істотно підвищити якість і інтенсифікувати процес навчання. Для вибору правильного підходу для навчання теорії і навичкам комбінаторних ігор необхідно знати види комп'ютерних навчальних ігор і вплив кожної з них на людину. Аналізуючи програмне забезпечення, можна сказати, що комп'ютерні ігри мають великі можливості для загального інтелектуального і емоційно-особистісного розвитку людей і їх навчання. Розглянемо далі класифікації комп'ютерних ігор за різними критеріями. За цілями і завданням навчальні комп'ютерні програми діляться на: які ілюструють, що консультують, програми-тренажери, програми навчального контролю, операційні середовища. Ігри можна ділити на підгрупи, виходячи з різних критеріїв: вікового, сюжетної тематики, рівня складності ігрових завдань, складності управління, завдань розвитку розумових здібностей та інших характеристик. У великому асортименті освітніх ігор виділяється велика група навчальних і розвиваючих комп'ютерних ігор, які спеціально створюються для використання в освітніх цілях. Це і окремі програми,

і набори програм, які представлені у вигляді окремих колекцій, пакетів, серій – залежно від ступеня їх «спільності». Але, в першу чергу, всі освітні ігри можна згрупувати в такі великі класи: розвиваючі ігри, навчальні ігри, ігри-експериментування, діагностичні ігри, ігри-забави, тренувальні і комбіновані. Для нашого дослідження необхідно, з одного боку, розглянути систематизацію комп'ютерних ігор взагалі, а, з другого, зокрема, класифікацію навчальних комп'ютерних ігор. Класифікація ігор потрібна не тільки для зручності гравця, але й педагогам стає легше орієнтуватися у всьому багатстві ігор, і розробникам дозволяє визначитись, яких ігор не вистачає для формування тієї чи іншої компетентності. На рисунку 1 представлена класифікація комп'ютерних ігор, що включає дев'ять категорій [13].



**Рис. 1.** Класифікація комп'ютерних ігор

При класифікації комп'ютерних ігор, призначених для навчання, використовують деревоподібну структуру, що включає кілька рівнів:

1-ий рівень – вік, на який направлена гра (наприклад, діти 5-6 років, школярі 7-го класу, студенти, дорослі). Наша аудиторія – школярі старших класів, студенти та дорослі.

2-ий рівень – навчальна дисципліна, для вивчення якої призначена гра. Це може бути дисципліна “Теорія ігор” або “Комбінаторна теорія ігор”.

3-й рівень – тема навчальної дисципліни. Тема: “Оптимальні стратегії для ігор НІМ, НІМ з обмеженнями, Дати”.

4-й рівень – вибір класу, тобто, який тип гри підходить для рівнів 1-3. З класифікації ігор, що представлена на рисунку. 1, нам цікава категорія настільних ігор, адже комп'ютерні комбінаторні ігри зародились на основі настільних логічних ігор.

5-ий рівень - який з методів класичного навчання може підтримувати гра. Такі методи, що надають можливість набуття нових знань, тренінгу та напрацювання досвіду вирішення математичних задач, які притаманні комбінаторним іграм, та перевірки знань та умінь.

**Аналіз підходів до інтеграції процесу навчання в гру.** Підхід до інтеграції процесу навчання в гру залежить від внутрішнього уявлення (моделі) предметної області, що вивчається в грі. За способом подання предметної області можна виділити ігри на основі імітаційного моделювання, на основі ситуаційного моделювання і на основі формально-логічної моделі [14].

*Імітаційні моделі* реалізується в іграх-симуляторах (simulator), які моделюють реальні умови професійної діяльності фахівця в деякій галузі знань. До цього класу ігор відносяться симулятори управління різними транспортними засобами, медичні, тактичні, соціальні та бізнес-симулятори. Розробка симуляторів включає розробку реалістичної моделі процесу у відповідній предметній області, що складає предмет вивчення в грі [15, 16]. Наприклад, розробка авіа-симулятора (Microsoft® Flight Simulator X, X-Plane та ін.) вимагає створення моделей фізичної складової (симуляція параметрів літака і його взаємодії з середовищем) і моделей графічної складової (віртуальна чи реальна

машина пілота). Ігрова складова в таких іграх реалізується з використанням багатих графічних і звукових можливостей сучасних засобів обчислювальної техніки для комп'ютерної інтерпретації реальних процесів.

*Формально-логічні* моделі предметної області використовуються у таких іграх, як пазли (puzzle games), ігри на зіставлення об'єктів (matching games), різні варіанти ігор на тренування пам'яті (memory games, brain training games) Такі ігри ґрунтуються на перевірці відповідності даних, що вводяться гравцем, заданим в системі патернах. Введені дані інтерпретуються як висловлювання на певній мові, заданою граматиною, формально-логічна модель використовується для перевірки істинності висловлювань.

*Ситуаційні моделі* використовуються в іграх, де реалізовано навчання на прикладах (“case study”-підхід) [17] з використанням можливостей комп'ютерних ігор (організація діалогів, візуалізація персонажів, подій і місця існування тощо). Ці ігри, як правило, реалізуються в рольовому (role-playing) або пригодницькому (adventure) жанрі. Гравець поміщається в віртуальне середовище, створене на основі описів ситуацій з реальної дійсності, діє відповідно до закладеного в гру сценарію (планом дій), веде попередньо передбачені в грі діалоги, вибирає свої рішення з заданих наборів і в результаті навчається на прикладах правильних рішень. Процес проектування таких ігор включає розробку опису, ігрового сюжету на основі сценарію, розробку віртуального середовища і способу її відображення. Основним завданням розробників таких навчальних ігор є вибір і реалізація способів найбільш привабливого з ігрової точки зору відтворення сценарію.

Комбінаторним іграм найбільше підходить за концепцією *ситуаційна* модель, саме так у роботі запропоновано навчання: гравець поміщається в віртуальне середовище, діє відповідно до сценарію, веде діалоги, приймає рішення, їх система перевіряє на правильність і, в результаті, навчається на своєму досвіді.

**Навчальні сценарії з елементами гри.** Спосіб інтеграції процесу навчання з ігровим процесом визначається способом взаємодії в грі ігрових і навчальних дій, тобто способом інтеграції навчального курсу в ігровий сценарій. Під сценарієм навчальної гри розуміють набір взаємопов'язаних елементів сценарію, що представляють ігрову і навчальну компоненти.

В основу навчального сценарію, що визначає зміст предметної області, яка оперує абстрактними поняттями, в тому чи іншому вигляді покладені деякі базові об'єднуючі принципи, на яких будується весь зміст. Інтерпретація таких предметних областей в ігровому контексті може бути реалізована в штучно створеному віртуальному ігровому світі, в якому ключові поняття предметної області інтерпретуються як система правил, аксіом, сутностей, відносин віртуального світу. Навчальні завдання, необхідні для розвитку навичок в досліджуваній предметній області, інтерпретуються як проблеми ігрового світу, відповідно рішення завдань є рішеннями ігрових проблем.

Таким чином, кожен елемент предметної області інтерпретується як елемент ігрового сценарію. Предметною областю для нас слугує комбінаторні ігри: відповідно ігровий сценарій, сама гра та функціонал, який покладено у гру. При цьому множина елементів може доповнюватися елементами сценарію, які не є інтерпретаціями предметної області, таким чином, що при цьому не порушуються логічні зв'язки між елементами, що визначають навчальний сценарій. Алгоритм, який визначає виграну стратегію – це навчальний сценарій. Він формує знання щодо вирішення проблем, які стоять у предметній області шляхом візуалізації понять «завдання-рішення-оцінка».

Під сценарієм навчальної гри розуміють *набір* взаємопов'язаних елементів, що представляють *ігрову і навчальну компоненти*. Домінування в грі навчальної

або ігрової компоненти визначає тип сценарію, реалізованого в грі. Виділяють чотири способи організації сценаріїв в навчальних іграх [14]: навчальний сценарій; навчальний сценарій з елементами гри; незалежні ігровий і навчальний сценарії; ігровий сценарій з елементами навчання. Але найбільш ефективним є так званий *комбінований сценарій*, коли *ігрові та навчальні завдання виконуються одночасно*, що дозволяє забезпечити баланс ігрової і навчальної компоненти. «У цьому випадку гравець буде прагнути досягти ігрової мети, але при цьому він неявно буде прагнути до досягнення мети навчання, тобто ігрова мета буде досягатися як мета навчання» [11]. Саме такий комбінований сценарій пропонується для навчальних комбінаторних ігор у зв'язку зі складністю вивчення цього матеріалу, і це дозволить гравцю легше пройти навчання, майже не помітивши його (не акцентуючи увагу) в процесі гри.

Сценарій навчання будується на основі алгоритму виграшної стратегії і вбудовується в ігровий процес. Усі рішення гравця у навчальному сценарії обробляються, в разі невірних пропонуються вірні або повернення на потрібну кількість кроків назад, і в результаті гравець навчається виявляти виграшні стратегії для комбінаторної гри. Для кожної з ігор "НІМ", «НІМ з обмеженнями», «Дати», стратегія різна, відповідно і навчальний сценарій різний, але ці стратегії мають спільні риси, тому що ці ігри одного класу – комбінаторні.

**Методика навчання комбінаторним іграм на прикладі ігор НІМ, НІМ з обмеженнями і Дати.** Систематизація навчального курсу. Для кращого засвоєння навчального курсу його необхідно систематизувати та поділити на певні етапи. У табл. 1 представлена систематизація навчального курсу з комбінаторної теорії ігор в ігровому контексті у вигляді пунктів навчання, які повинен пройти користувач для отримання знань.

Таблиця 1

Систематизація навчального курсу в ігровому контексті

Розділ курсу навчання		Реалізація
Теоретичні відомості		Користувач отримує інформацію, щодо теорії комбінаторних ігор.
Ретроспективний аналіз	Аналіз	Користувач отримує інформацію, щодо теорії ретроспективного аналізу комбінаторних ігор.
	Ігри на графах	Користувач отримує інформацію, щодо теорії графів, побудови орієнтованих графів, їх використанню при ретроспективному аналізі комбінаторних ігор.
	Опис алгоритму	Користувач отримує інформацію про алгоритм ретроспективного аналізу .
НІМ	Попередня підготовка	Будується граф з позиціями гри та можливими переходами між ними. Для кінцевих позицій, а також декількох тих, що їм передують, визначається їх виграшність або програшність для кожного з гравців.
	Алгоритм виграшної стратегії гри	Користувач навчається виграшній стратегії, що складається з двох етапів: визначення виграшності стану гри за допомогою XOR та оптимального ходу.
НІМ з обмеженнями	Теорія Шпрага-Гранді	Користувач отримує інформацію про теорію Шпрага-Гранді, яка визначає оптимальну гру у «НІМ з обмеженнями».
	Попередня підготовка	Будується граф з позиціями гри та можливими переходами між ними. Для всіх позицій, починаючи з кінцевих, а також декількох тих, що їм передують, визначається їх виграшність або програшність для кожного з гравців.



## продовження таблиці 1

	Алгоритм виграшної стратегії для ігор з однією купкою	Користувач навчається виграшній стратегії, що складається з двох етапів: визначення виграшності стану гри на основі чисел Гранді та оптимального ходу.
	Алгоритм виграшної стратегії для ігор з декількома купками	Користувач навчається виграшній стратегії, що складається з двох етапів: визначення виграшності стану гри на основі концепції суми ігор та оптимального ходу.
Дати	Попередня підготовка	1) Будується граф з позиціями гри та можливими переходами між ними. Для кінцевих позицій, а також декількох тих, що їм передують, визначається їх виграшність або програшність для кожного з гравців. 2) Для кожного можливого стану гри визначається заздалегідь його виграшність або програшність на основі станів, для яких вже визначено виграшність.
	Алгоритм виграшної стратегії	Користувач навчається виграшній стратегії, що складається з двох етапів: визначення виграшності стану, що вже стало відомо при попередній підготовці, та оптимального ходу.

**Сценарій для гри НІМ.** Так як метою дослідження є зменшення часу на освоєння математичної теорії комбінаторних ігор і збереження ігрової привабливості, то проектування та розробка методики на основі ситуаційної моделі навчального сценарію з елементами гри буде найбільш ефективною. У табл. 2 наведені елементи ігрового сценарію, що об'єднує навчальні та ігрові дії, і реалізує таким чином модель навчального сценарію з елементами гри для «НІМ».

Таблиця 2

## Опис елементів ігрового та навчального сценарію гри «НІМ»

Сценарій	Зміст елемента	
Навчальний	"Ти вже знаєш, що таке НІМ і як у нього грати. Давай тепер розглянемо певну гру."	
Ігровий	Виводимо предмети на екран у три купки, кількості 3, 2 та 1. Натискаємо "Далі".	
Навчальний	"Для того, щоб розібратися з цим, давайте розглянемо різні ігрові позиції. По-перше, скільки в цій грі ігрових позицій?"	
Навчальний	"Перерахуємо все (у фігурних дужках ми писатимемо число каменів у купках): {1}, {2}, {3}, {1,1}, {2,1}, {3,1}, {2,2}, {3, 2}, {1,1,1}, {2,1,1}, {3,1,1}, {2,2,1}, {3,2,1}."	
Навчальний	"Це позиції, в які ми можемо потрапити через кілька ходів. Розмістимо дані позиції на графі."	
Ігровий	Виводимо граф із усіма позиціями. Перегляд графа.	
Навчальний	"Очевидно, що починаючи з позиції {1,1} виграє другий гравець, а з позиції {1}, {1,1,1} виграє перший. Спробуй далі сам визначити виграшність позицій."	
Ігровий	Позначаємо на графі виграшність цих позицій. Виводимо поля для введення виграшності інших позицій. Перевіряємо дані, що введені гравцем.	
Навчальний	"Відповідно можна визначити виграшну стратегію – до яких вершин потрібно переходити, щоб виграти." "Але будувати для кожної гри під час попередньої підготовки її повний граф довго, а іноді й складно. Давай тепер розглянемо як інакше визначити виграшну стратегію."	
Ігровий	Виводимо любую гру. Тут початковий стан може бути чи виграшний, чи програшний, тому далі показані обидва варіанти.	
Навчальний	"Ця позиція виграшна!"	"Позиція програшна. Тут можна ходити по-різному, на твій вибір."
Ігровий	Кнопки: "Чому?". Натискання.	

## продовження таблиці 2

Навчальний ("Чому?")	"XOR-сума кількостей предметів у купках ненульова. Отже можна перевести цю позицію в нульову, щоб залишити супротивника в програшній позиції."	"Оскільки XOR-сума нульова. Значить сходити в нульову позицію, щоб залишити супротивника в програшній, не вдасться. Ходи."
Ігровий	Кнопки: "Як виграти?"	
Навчальний	"Знаходимо XOR-суму кількостей для всіх купок. Назвемо її S." "Порахуй суму: ... Введи у поле: <поле>"	
Ігровий	Вивід поля для вводу числа. Введення чисел.	
Навчальний	"Правильно."	"Невірно. Вважай уважніше або подивися як вважається XOR-сума. Правильна відповідь: (res)."
Навчальний	"Тепер знаходимо в цій сумі, в двійковому коді, місце першої одиниці. Знаходимо купку, в якій є одиниця в цій же позиції. Така хоча б одна купка є, інакше б і в XOR-сумі не було б одиниці." "Це (номер - x) купка - (двійкове уявлення)."	
Навчальний	"Порахуй XOR-суму S і розміру знайденої купки – отримуємо кількість предметів, яке потрібно залишити в знайденій купці при оптимальному ході." "Введи в поле:<поле>"	
Ігровий	Вивід поля для вводу числа	
Навчальний	"Так"	"Невірно. Вважай уважніше або подивися як вважається XOR-сума." "Відповідь: (res)"
Навчальний	"Значить нам потрібно залишити в купці (x) рибок, тобто забрати необхідно інші."	
Ігровий	Користувач робить хід у грі.	
Навчальний	"Чудово! Все правильно."	"Ти впевнений, що хочеш так бути схожим? Це може призвести до програшу!"
Навчальний	"Тепер ти знаєш, як грати в НІМ, використовуючи програшну стратегію." "Спробуй далі визначити сам, скільки каменів і звідки потрібно брати. Для цього тобі знадобиться блокнот для розрахунків."	
Ігровий	Користувач може робити ходи. Навчальна система слідкує за ним та, якщо він ходить невірно, поправляє його.	

**Сценарій для гри НІМ з обмеженнями.** Обмеження — це можливість взяти з купки не довільну кількість предметів, а обмежену. Спочатку будемо розглядати спрощену гру з однією купкою.

У табл. 3 наведені елементи ігрового сценарію, що об'єднує навчальні та ігрові дії, і реалізує таким чином модель навчального сценарію з елементами гри для «НІМ з обмеженнями з однією купкою».

Таблиця 3

## Опис елементів сценарію гри «НІМ з обмеженнями з однією купкою»

Сценарій	Зміст елемента
Навчальний	"Отже, ти вже знаєш, що в НІМ з обмеженнями ми можемо брати лише обмежену кількість каменів, наприклад, 2 і 3. На перший погляд гра змінилася незначною, але це не так. Те рішення, яке ми розглядали для класичного НІМ-у, для цього нам потрібно розглянути теорію Шпрага-Гранді, яка складається з 4 частин, і освоєння кожної поступово наближає нас до вирішення завдання.
Ігровий	Вікна: «1. Спрощений варіант гри: одна невелика купка, ретроспективний аналіз», «2. Функція mex», «3. Числа Гранді», «4. Закономірності в числах Гранді». В кожному з пунктів виводиться теоретичний матеріал.
Ігровий	Перегляд вікна 1. Спрощений варіант: одна невелика купка, ретроспективний аналіз.

## продовження таблиці 3

Навчальний	"Розглянемо спочатку спрощену гру з однією купкою: є одна купка, в ній 6 предметів, кожен гравець може взяти, припустимо, лише 2 або 3 предмети. Програє той, хто нічого не може взяти." "Таким чином, якщо залишилося 0 або 1 предмет, то нічого не можна взяти - і це програшна ситуація. Тому розглядатимемо стани гри, починаючи зі станів, з яких вже нікуди не можна піти (0 і 1). Визначимо виграність наступних станів, використовуючи ретроспективний аналіз"
Ігровий	Виводимо граф зі станами гри - 6 позицій (тому що у нас 6 предметів).
Навчальний	"З позиції 2 можна перейти в позицію 0. Виходить вона вигранна." "З позиції 3 можна перейти в позиції 0 і 1. Отже, вона теж вигранна." "З 4 можна перейти в 2 та 1 – вигранна. З 5 у 2 та 3 – програшна, тому що 2 та 3 вигранні. І з 6 перехід у 3 та 4. Вони вигранні, значить 6 предметів – це програшна позиція"
Навчальний	Але ми розібралися з грою, коли купка предметів – невелика (у нашому випадку – 6 рибок). Ми застосували ретроспективний аналіз. Але, якщо купка буде велика, то такий аналіз неефективний, потрібно використовувати теорію Шпрага-Гранді.
Ігровий	Перегляд вікон 2. Функція mex, 3. Числа Гранді
Ігровий	Знову виводимо граф зі станами гри для 10 предметів.
Навчальний	"Будемо тепер вигранність позицій визначати за допомогою чисел Гранді, це в багатьох випадках зробить алгоритм більш ефективним. Починаємо зі станів, з яких уже нікуди не можна піти (0 та 1), у них числа Гранді дорівнюють 0, тому що це програшні стани. Наступні стани визначаємо, використовуючи функцію mex від множини значень Гранді по кожному переходу, звідки отримуємо min, яке не зустрічається серед цих значень. Відповідно отримуємо число Гранді поточного стану, яке говорить нам чи це вигранний стан, а саме, якщо число Гранді нульове, то програшне, інакше — вигранне."
Навчальний	"Уявити це у вигляді графа простіше. Тут G - числа Гранді." "Зі стану 2 можна перейти тільки в стан 0. $G(2) = \text{mex}\{0\} = 1$ ." "Зі стану 3 можна перейти в стан 0 і 1. Отже, $G(3) = \text{mex}\{0\} = 1$ ." "Вкажи наступні значення чисел Гранді для всіх станів, що залишилися."
Ігровий	Виводимо поля для заповнення чисел Гранді для кожної позиції. Перевіряємо введені значення.
Навчальний	"Числа Гранді для деяких ігор можуть мати період."
Ігровий	Перегляд вікна «4. Закономірності в числах Гранді». Вивід графу зі станами гри і відповідним числами Гранді для них.
Навчальний	"Можна побачити, що в числах Гранді для цієї гри є закономірність, а саме, період: 0, 0, 1, 1, 2. Оскільки періоди чисел 5, то визначення вигранності позиції потрібно знайти залишок від розподілу кількості предметів у купці на 5. Якщо залишок дорівнює 0 чи 1, це програшна позиція. А якщо решта дорівнює 2, 3 або 4, то це вигранна - хто ходить, той виграє. Звичайно, якщо правильно ходити."
Навчальний	"А як правильно ходити?" "Як ми вже знаємо, потрібно ходити так, щоб своїм ходом зробити програшну позицію для іншого гравця. Потрібно взяти стільки предметів (2 або 3), щоб залишок від поділу на 5, отриманий після взяття предметів, дорівнював 0 або 1." "Тобто, якщо початковий залишок дорівнює 2, то взяти 2 предмети; якщо 3, то 3 або 2 предмети; якщо 4, то 3 предмети."

У табл. 4 наведені елементи ігрового сценарію, що об'єднує навчальні та ігрові дії, і реалізує таким чином модель навчального сценарію з елементами гри «НІМ з обмеженнями для декількох купок».

Таблиця 4

Опис елементів сценарію гри «НІМ з обмеженнями для декількох купок»

Сценарій	Зміст елемента
Навчальний	"Як і раніше, розглядаємо гру, коли з однієї купки можна взяти 2 або 3 предмети". Як приклад розглянемо гру з трьома купками 7, 5 та 4 предмети відповідно. "Для рішення гри НІМ з обмеженнями для декількох купок вводять поняття суми ігор".
Ігровий G	Перегляд вікна «Гри з кількома купками на основі концепції суми ігор»

**продовження таблиці 4**

Навчальний	"Потрібно визначити, чи ця позиція є виграшною. Якщо так, то при оптимальній грі перший гравець виграє. Якщо ця позиція - програшна, то при оптимальній грі перший гравець програє."	
Навчальний	"Спочатку вважаємо числа Гранді $G$ для кожної купки, і якщо купок три, потім знаходимо $G = G1 \text{ XOR } G2 \text{ XOR } G3$ . Якщо $G > 0$ , то позиція - виграшна, інакше якщо $G = 0$ - то програшна."	
Навчальний	"Для кожної купки знаходимо $G$ . Для цього 7, 5 і 4 ділимо на 5, і беремо залишок від поділу (бо значення числа Гранді для цієї гри мають період з 5 чисел). Якщо залишок дорівнює 0 або 1, то $G = 0$ Якщо залишок дорівнює 2 або 3, то $G = 1$ . Якщо 4, то $G = 2$ ."	
Ігровий	Виводимо поля для заповнення значень $G1$ , $G2$ та $G3$ . Перевіряєм введені значення.	
Навчальний	"Підрахуємо значення $G$ для суми ігор."	
Ігровий	Виводимо поле для заповнення значення $G = G1 \text{ XOR } G2 \text{ XOR } G3$ . Перевіряєм введене значення.	
Навчальний	"У нас "виграшна позиція. Ми вже знаємо, що потрібно, щоб у другого гравця вийшла позиція, для якої $G=0$ . Значить знаходимо в цій сумі, в двійковому коді, місто старшої одиниці. Знаходимо купку, в якій є одиниця в тій самій же позиції." "Це (номер - $x$ ) купка - (двійкове уявлення)."	
Навчальний	"Порахуй XOR-суму $S$ і розмір знайденої купки – одержуємо кількість предметів, яку потрібно залишити у знайденої купці при оптимальному ході." "Введи в поле:<поле>"	
Ігровий	Вивід поля для вводу числа	
Навчальний	"Правильно. Можеш ходити."	Неправильно. Хочеш ще раз пройти навчання?
Ігровий	Кнопки: "Продовжити навчання" та "Повернутись"	
Навчальний	"Добре. Але обмеження можуть бути різні. Ми розглянули випадок з 2 або 3. Для різних обмежень потрібно шукати свої значення чисел Гранді та періодичність." "Візьмемо обмеження 2 і 4. Визнач значення чисел Гранді."	
Ігровий	Виводимо граф та поля для заповнення значень. Перевіряєм введені значення.	
Навчальний	"Правильно. Яка періодичність функції Гранді?"	"Ні ти помилився."
Ігровий	Виводимо поле для заповнення значення періодичності. Перевіряєм введене значення.	Кнопки: "Спробувати" та "Дізнатися результат"
Навчальний	"Правильно."	"Ні ти помилився. Хочеш спробувати ще раз?"
Навчальний	"Спробуй тепер зіграти в гру, де ти можеш взяти або 2 або 4 предмети."	
Ігровий	Створюється гра з 6, 4, 3 предметами	
Навчальний	"Задані 3 купки рибок. Можна брати 2 чи 4 рибки. Хто виграє при оптимальній грі?"	
Ігровий	Кнопки: "Спробувати власноруч" та "Як виграти"	
Навчальний	"Можеш скористатися блокнотом"	Перехід до режиму підказок

**Сценарій для гри Дати.** У таблиці 5 наведені елементи ігрового сценарію, що об'єднує навчальні та ігрові дії, і реалізує таким чином модель навчального сценарію з елементами гри для гри «Дати».

**Таблиця 5**

Опис елементів ігрового та навчального сценарію гри «Дати»

Сценарій	Зміст елемента
Навчальний	Гра Дати відноситься до гри, де для визначення виграшної стратегії застосовується ретроспективний аналіз. "Тобто для кожної позиції в грі заздалегідь необхідно визначити виграшна вона чи ні. "Візьмемо поширений варіант гри, коли кінцевою датою є 31 грудня." "Для першого гравця дата 31 грудня є програшною." "Оскільки гравці під час ходу можуть збільшувати день чи місяць на 1 або 2, то можливий перехід у дати 30.12, 29.12 та 31.10 (дати 31.11 не існує)"

## продовження таблиці 5

Навчальний	"З алгоритму знаємо, що з якоїсь позиції всі ребра ведуть у виграшні позиції, то ця позиція програшна". "Отже, позиція 30.12 та 31.10 – програшні для першого гравця. А 29.12 виграшна, оскільки з неї можна перейти о 30.12".	
Ігровий	Позначаємо на ігровому полі розглянуті дати відповідним кольором (позначкою).	
Навчальний	"Візьмемо наступну дату – 28.12. Ми можемо з неї перейти о 29.12 та 30.12" "З алгоритму знаємо, що якщо з якоїсь позиції є ребро в програшну позицію, то ця позиція виграшна." "Тоді вершина 28.12 - виграшна (30.12 - програшна)"	
Ігровий	Позначаємо на ігровому полі розглянуту дату 28.12 відповідним кольором (позначкою).	
Навчальний	Візьмемо наступну дату - 27.12. Ми можемо з неї перейти в 29.12 і 28.12" "З алгоритму знаємо, що якщо з якоїсь позиції всі ребра ведуть у виграшні позиції, то ця позиція програшна" "Тоді вершина 27.12 - програшна (28.12-29.12 - виграшні)"	
Ігровий	Позначаємо на ігровому полі розглянуту дату 27.12 відповідним кольором (позначкою).	
Навчальний	"Візьмемо дату - 30.11. Ми можемо з неї перейти в 30.12" "З алгоритму знаємо, що якщо з якоїсь позиції є ребро у програшну позицію, то ця позиція є виграшною." "Тоді вершина 30.11 - виграшна (30.12 - програшна)"	
Ігровий	Позначаємо на ігровому полі розглянуту дату 30.11 відповідним кольором (позначкою).	
Навчальний	"З дати 29.11 можемо перейти в 29.12 і 30.11" "З алгоритму знаємо, що якщо з якоїсь позиції всі ребра ведуть до виграшних позицій, то ця позиція програшна" "Тоді вершина 29.11 - програшна (29.12,30.11 - виграшні)"	
Ігровий	Позначаємо на ігровому полі розглянуту дату 29.11 відповідним кольором (позначкою).	
Навчальний	"Отже ти бачиш, що, розглядаючи позиції, ми рухаємося, поступово зменшуючи дати. Тобто розглядаючи якусь дату, нам потрібно розуміти, в які позиції ми можемо перейти з неї, для того щоб визначити виграшність або програшність дати, що розглядається".	
Навчальний	"Спробуй далі сам визначити, якою є позиція для дати 26.10. Але ти маєш визначити на початку всі наступні від дати 26.10 позиції." "У разі потреби ти можеш переглянути алгоритм ретроспективного аналізу." "Вибери дату."	
Ігровий	Виводимо кнопку для перегляду алгоритму. Натискаючи на неї, користувач може переглянути алгоритм визначення позиції. Очікуємо вибору дати.	
Ігровий	Користувач обрав дату, з якої не усі наступні дати розглянуті.	Користувач обрав коректну для перегляду дату. Користувач визначає, якою є виграшність цієї дати.
Навчальний	"Потрібно розглянути попередні дати"	Виводяться відповідні повідомлення про правильність вибору.
Ігровий	Користувач визначає позицію дати - 26.10.	
Навчальний	"Ми розглянули 31 грудня як кінцеву дату. Якщо взяти іншу дату, то стратегія не змінюється, тільки треба рухатись назад від цієї дати" "Візьмемо кінцеву дату – 29.11 та початкову – 15.08."	
Навчальний	"Визнач виграшність позицій від дати 29.11 до 15.08, тобто у зворотному порядку."	
Ігровий	Користувач визначає виграшність вказаних позицій.	
Навчальний	"Добре. А тепер виходячи з розмітки кожної позиції, ти можеш формувати стратегію своїх переходів. Спробуємо зіграти в гру з комп'ютером, і на основі твоєї розмітки, слідуючи стратегії, ти можеш досягти перемоги." "Вибери початкову дату"	
Ігровий	Користувач обирає початкову дату 15.08. Створюється гра з комп'ютером, починаючи з обраної дати до 29.11. Користувач робить крок. Комп'ютер робить крок у свою чергу. При закінченні гри виводиться результат.	
Навчальний	"Вітаю, ти освоїв стратегію гри в Дати."	"Ти неправильно застосував стратегію, потрапив у програшну позицію і не зміг виграти."

**Узагальнена методика для навчання комбінаторним іграм.** Методика навчання користувача теорії комбінаторних ігор базується на сценаріях навчання для розглянутих ігор і є їх узагальненням.

I. Ознайомлення з теорією комбінаторних ігор

II. Попередня підготовка до гри: ознайомлення з правилами, вибір параметрів гри; наступні 3 пункти виконуються при необхідності під управлінням вчителя; побудова невеликої частини графа гри, починаючи з початкових вершин; розмітка вершин графа, тобто визначення виграності або програшності для кожної вершини; виявлення закономірностей в розмітці вершин (якщо вони є). Наступні пункти виконуються для навчання гравця, як правильно ходити під час гри.

III. Вироблення правильного ходу (під керівництвом системи або самостійно): знаходження типу поточного стану гри (виграшна/програшна); обчислення правильного ходу, щоб перевести супротивника у програшний стан (якщо це можливо)

IV. Контроль правильності ходу користувача: попередження про неправильний хід; попередження про невірне введення даних; якщо користувач погодився на допомогу, то виконується пункт V.

V. Підказки по ходу гри: виграшність позицій – виграшна чи програшна; як визначається виграшність кожної поточної позиції та як зробити правильний хід (див. пункт III); як рахувати XOR-суму та числа Гранді.

**Проектування та випробування програмної системи для навчання теорії комбінаторних ігор.** Далі представлено UML діаграму варіантів використання, на основі якої спроектовано систему навчання комбінаторним іграм (рисунок. 2). Таким чином, гравець може почати гру, вибравши тип та параметри, переглянути минулі ходи, скористатися блокнотом для обчислень. Під час гри одержує навчальні матеріали про комбінаторні ігри взагалі, а також “НІМ”, “НІМ з обмеженнями” та “Дати”; проводить партії з системою, при цьому одержує підказки по ходу гри згідно з розробленими сценаріями.

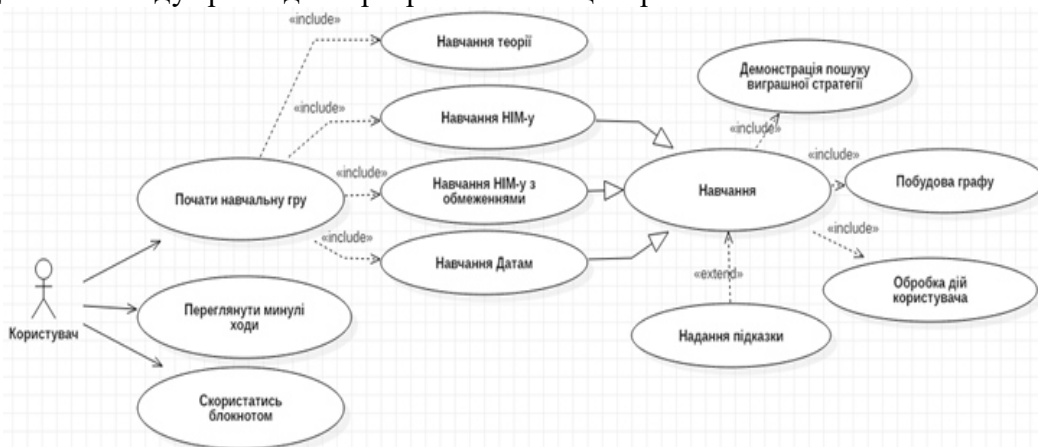


Рис. 2. Діаграма варіантів використання системи навчання комбінаторним іграм

При реалізації системи одним із доцільних варіантів є використання інструментальних засобів, як Unity3D/C#.

**Навчання іграм за допомогою навчальної програмної системи.** В якості предметів в купках вибрані рибки, в забирає рибок з купок — кошеня. Під час гри звучать легкі звуки природи біля озера. Коли вибираємо рибок, спрацьовує звук плескоту риби. І є звукові доріжки в кінці гри, які сигналізують про перемогу або поразку.

*Гра “НІМ”.* Починаючи гру, користувач проходить попередню підготовку. Спочатку показуються вікна з теорією про комбінаторні ігри, а також про гру НІМ. Потім розглядаються різні ігрові позиції. Наприклад, для гри зі станом – 3, 2 та 1 рибка у купках відповідно - це наступні {2,2,1}, {2,2}, {2}, {1} та інші. Ці всі позиції показують користувачу у вигляді списку, а також автоматично будується

орієнтований граф гри, де вершини – це всі позиції, а ребра показують всі можливі переходи між позиціями (рисунок 3). та користувач розмічає граф, тобто визначає виграність або програшність для указаних вершин (станів гри). Після цього програмна система перевіряє правильність відповідей.

В режимі навчання після попередньої підготовки ведеться гра згідно зі сценарієм, показаним в таблиці. 2. Система допомагає користувачу спочатку визначити, чи є позиція для нього виграною або програшною. І якщо вона вигранна, то веде його вздовж гри, щоб він грав оптимально, на деяких кроках підказує, на деяких перевіряє дії користувача.

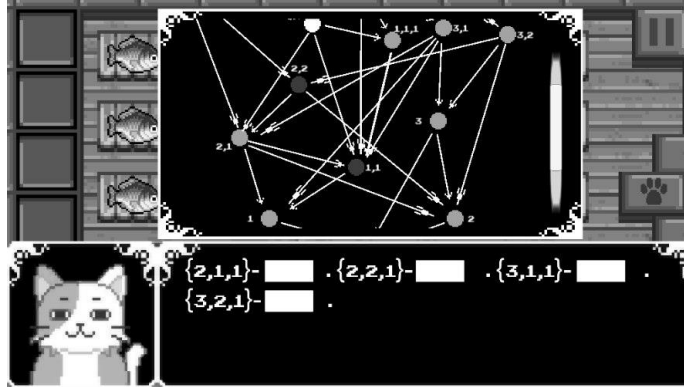


Рис. 3. Користувач розглядає граф гри та вводить виграність вказаних позицій

Гра “НІМ з обмеженнями для однієї купки”. Починаючи гру, користувач проходить попередню підготовку: показується вікно з теорією Шпраха-Гранді; потім показується гра з однією купкою, в якій, наприклад, 6 рибок, і визначається, що можна брати з купки тільки 2 або 3 рибки; для цієї гри автоматично будується граф, аналогічно, НІМ, тільки стани та переходи між ними інші. Далі визначається оптимальна стратегія гри, для цього користувач розраховує числа Гранді для станів гри, починаючи з початкових позицій, та вводить у зазначені полі їх значення (рисунок 4), а система їх перевіряє; якщо є закономірності у ряді чисел Гранді, то система просить у користувача звернути на це увагу.

Далі, згідно сценарію навчання (таблиця 3), гравець на основі числа Гранді визначає виграність позиції, робить хід, і система відстежує оптимальність гри та дає підказки.

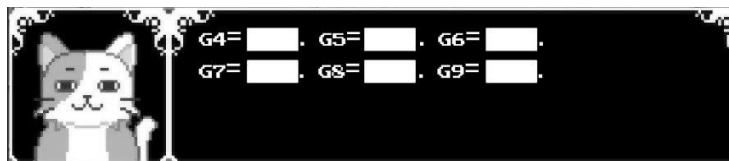


Рис. 4 Користувач розглядає граф гри та розраховує числа Гранді

Гра “НІМ з обмеженнями для декількох купок”. Починаючи гру, користувач проходить попередню підготовку: показується вікно з теорією про суму ігор; потім показується гра з трьома купками, в яких, наприклад, 7, 5 і 4 рибки відповідно, і визначається, що можна брати з купки тільки 2 або 3 рибки. Далі визначається оптимальна стратегія гри. Спочатку, згідно сценарію навчання (таблиця 4), визначається виграність позиції, для цього користувач розраховує числа Гранді для кожної купки та їх XOR-суму. Гравець робить хід, у випадку виграної позиції система відстежує оптимальність гри та дає підказки.

Гра “Дати”. Починаючи гру, користувач проходить попередню підготовку: показується вікно з теорією ретроспективного аналізу ігор; потім показується гра у вигляді календаря для одного місяця, наприклад, грудня (рисунок 5), тому що кінцева дата - 31 грудня. Далі гравець, згідно сценарію в таблиці 5, визначає

початкову дату та за допомогою системи визначає виграність для першого гравця всіх позицій від останньої до початкової за умови, що під час ходу можна збільшувати на 1 або 2 або день на місяці, або місяць, але не те й інше відразу. На рис. 6 зображено результати визначення виграності декількох дат, починаючи з кінцевої 31 грудня. Червоним позначено програшні дати для першого гравця, зеленим – виграні.

З цього моменту вже починається гра, і гравець її проводить згідно із заздалегідь визначених властивостей дат, а саме їх виграності.



Рис. 5. Користувач визначає виграність дат

**Висновки.** Розроблено узагальнену методику для навчання математичної теорії комбінаторних ігор, що включає систематизацію учбового курсу про комбінаторні ігри та навчальні сценарії з елементами гри для “НІМ”, “НІМ з обмеженнями” і “Дати”.

Навчальна комбінаторна гра позиціонується як трансляція освітнього повідомлення для загальної аудиторії гравців. Ціль гравця в такій системі полягає в отриманні теоретичних відомостей – інформації, а також вдосконалення навичок гри – дії. За наявності ігрового сюжету гра відноситься до ігор, що засновані на правилах. Гра ведеться в реальному часі та розрахована на одного гравця. Інтерфейс користувача з отримання ігрової інформації складається з елементів 2D графіки. При передачі даних до гри використовується штучний інтерфейс, а саме позиційний пристрій типу “миша” або Touchpad.

Створена методика випробувана при реалізації вищезгаданих ігор. Система впроваджена в клієнтську програмну частину продукту «Game of Strategy», яка є комп'ютерною настільною грою для організації процесу навчання математичної теорії ігор, визначення виграності стратегії, стеження за грою користувача, надання допомоги та підказок. Також реалізовано можливість перегляду минулих ходів та можливість робити підрахунки у блокноті під час гри.

Розроблена методика може бути використана як для самостійного навчання, так і для гібридного, коли студент слухає лекції на тему, а потім для кращого засвоєння матеріалу використовує розроблену систему. Для викладання матеріалу на цю тему викладачу необхідно 8 лекцій (16 годин) для викладання теорії та 4 практичних занять (8 годин + 8 годин самостійної роботи) для його засвоєння, тобто опанування теоретичного матеріалу і опробування цих знань у грі, всього 24 години. Згідно з результатами проведеного експериментального випробування у гібридному режимі, коли студенти застосовували систему тільки для практичних занять та самостійної роботи, застосування розробленої програмної системи дозволило скоротити час у середньому до 8 годин, тобто в 2 рази.

Надалі планується доопрацювання наявних сценаріїв навчання з елементами гри, додавання ігрової частини сценаріїв більшої гнучкості, поділ їх на модулі, додавання іншого типу взаємодії з користувачем замість інструментів Unity "User Interfaces", можливість будувати граф для кожної гри. Відповідно, зробити ще зручнішим та зрозумілішим сценарії навчання.



## Список літератури

1. Чурок С., Шамоля В. Використання комп'ютерних ігор в навчанні інформатики учнів основної школи. *Освіта. Інноватика. Практика*. 2022. 10(1). 60–70. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol10i1-007>
2. Лугова Т.А. Блажко О.А. Проектування комп'ютерних ігор для навчання: навчальний посібник. Одеса: ФОП «Побута». 2018, 212 с. URL: <https://bit.ly/3NPaoXZ>
3. Lucas Chess. An easy way to play and train chess on your PC. URL: <https://lucaschess.pythonanywhere.com/>
4. Arena Chess GUI. URL: <http://www.playwitharena.de/>
5. Aurora Borealis: checkers database program URL: <http://aurora.draughtsworld.com/>
6. SmartGo One. Learn, play, study Go. URL: <https://smartgo.com/>
7. WZebra. Othello game. URL: <http://radagast.se/othello/>
8. Nim URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Nim>
9. Berlekamp E., Conway John H., Guy R. Winning ways for your mathematical plays / 2nd edition. 2001, 297 p. ISBN 1-56881-130-6
10. Ортинський В., Варій М. Основи психології і педагогіки. Львів: Центр навчальної літератури Львівська Політехніка, 2017. 548 с.
11. Іванченко Н. О., Подскребко О. С., Квашук Д. М. Проведення on-line лекцій ОПП «Цифрова економіка» ОПП «економічна кібернетика» з використанням технологій машинного зору / Дистанційна освіта в Україні: інноваційні, нормативно-правові, педагогічні аспекти: зб. наук. праць матеріалів I Всеукраїнської науково-практичної конференції, 16 червня 2020 р., м. Київ, Національний авіаційний університет / наук. ред. Н.П. Муранова. К. : НАУ, 2020, с. 47-49.
12. Szilagy I., Roxin I. Model for Active Semantic Learning System. *Proceedings of the IADIS International Conference e-learning*. Freiburg, Germany 2010. V.2. P. 247 – 250.
13. Нікітін С.О., Нікітіна Л.О. Основи комп'ютерних ігор та ігрових програм: довідник модуля. Х.: Друкарня Мадрид, 2018. 138 с.
14. Chickerur S. Integrating Problem Based and Project Based Learning for Effective Teaching Learning in Engineering Education - A Case Study of Advanced Database Management Course. *Advanced Science and Technology Letters*. 2013. V.36. P.63-66.
15. Nutaro J. Building Software for Simulation: Theory and Algorithms, with Applications in C++. Hoboken, NJ: Wiley, 2010. P.13-21.
16. Sokolowski J.A., Banks C.M. Principles of Modeling and Simulation. Hoboken, NJ: Wiley. 2009, 6 p.
17. Hainey T., Connolly T., Boyle L. Evaluation of a Game to Teach Requirements Collection and Analysis in Software Engineering at Tertiary Education Level. *Proceedings of the 3rd European Conference on Games-Based Learning*. Graz, Austria. 2009. P. 145 - 153.

В.М. Рувінська, А.С. Тройніна

**INFORMATION TECHNOLOGY FOR TRAINING THEORY AND  
PRACTICE OF COMBINATORIAL GAMES**

V.M. Ruvinska, A.S. Troynina

National Odesa Polytechnic University  
1 Shevchenko Ave., Odesa, 65044, Ukraine  
emails: iolnlen@te.net.ua; anastasiyatroynina@gmail.com

The aim of the work is to reduce the time to study the theory and practice of combinatorial games through the development of a methodology and training system and integrate it into a computer training game that helps to build the correct strategy of the game, makes hints for the optimal move, allows you to conveniently observe the results of the games, review past moves, do mathematical calculations, herewith offering a unique and interesting design. As a result of the work, the training methodology and software product has been developed, which is a game that organizes the process of study the definition of winning strategies for each combinatorial game using the developed methodology and training system. The development tools are the Microsoft Visual Studio integrated development environment for programming in C#, a multi-platform tool for developing two-dimensional and three-dimensional games Unity3d, StarUML, as a tool for modeling business logic of an application and using version control system Git.

**Keywords:** teaching methodology, game and training script, training program, mathematical combinatorial theory of games, game strategy, winning position, losing position, XOR-sum.