

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КРИТИЧНИХ УМОВ ВПЛИВУ
ЗОВНІШНЬОГО КОНТЕНТУ НА КОРИСТУВАЧА**

Г. В. Шаповалов, О. Павленко

Національний університет «Одеська політехніка»
1, Шевченка пр., Одеса, 65044
Email: shapovalov@op.edu.ua

У роботі виконано математичне моделювання впливу небезпечного контенту на користувача глобальної мережі. Виконано прогнозування критичних станів, за яких можливі кількісні та якісні переходи впливу інформації на користувача. На основі проведених досліджень отримано експериментальні дані щодо залежності конверсії – кількості успішних дій, що є метою впливу інформації на користувача, наприклад реклами покупок чи кандидатур на виборах та інших вхідних даних від впливу на користувача мережі. Шляхом кореляційного аналізу визначено найбільш впливові дані, пов'язані з результатами конверсії, а методами апроксимації – функціональні залежності результатів впливу від вхідних даних, таких як ціна/конверсія, кліки/конверсія та покази/конверсія. Порівняння результатів моделювання свідчить про існування простору співіснування фаз другого порядку навколо досліджуваних просторів, що свідчить про можливість небезпечного впливу рекламної інформації на користувача. Результати моделювання свідчать про те, що за отриманими даними виявлено простір, за виконання умов існування якого користувач мережі може змінити свою позицію щодо рекламованих товарів за рахунок впливу рекламних кампаній. Небезпека полягає в тому, що користувач мережі може придбати речі, які, загалом, йому не потрібні. Такий зовнішній вплив є небезпечним і відповідає маніпулюванню одними учасниками глобальної мережі іншими. Така ситуація відповідає стану користувача, коли у фазі стійкого ставлення до контенту, що надходить до нього, виникає нове якісне ставлення, тобто кількісний вплив на користувача призводить до якісних змін у сприйнятті інформація, яка надходить до нього із зовнішнім змістом. Таке втручання є несанкціонованим, тому містить небезпеку зовнішнього контролю користувача та має бути ретельно досліджено.

Ключові слова: математичне моделювання, вплив небезпечного контенту, конверсія, безпека зовнішнього контролю користувача.

Вступ. В сучасному інформаційному просторі користувач становиться повністю незахищеним від зовнішнього впливу інформації, яка надходить до нього у вигляді реклами товарів, залучення до різноманітних подій, ворожої інформації та іншого різноманітного впливу. На перший погляд, людина досвідчена завжди може відокремитися від такого впливу, але, як показує практика вплив контенту може легко перевищити «захисний інформаційний бар'єр» різних за віком, освітою та соціальною приналежністю і привести до самих різних наслідків, пов'язаних з метою контенту. Дослідження, пов'язані з впливом реклами на користувача фінансуються рекламними компаніями, але негативний вплив на користувача при цьому не досліджується.

Метою дослідження є аналіз впливу зовнішнього контенту на користувача та прогнозування критичних явищ, за якими виконуються умови зміни стану користувача під впливом зовнішнього контенту.

Аналіз впливового зовнішнього контенту та формування матриці даних. В роботі виконано математичне моделювання впливу небезпечного контенту на користувача глобальної мережі. Метою роботи було прогнозування критичних станів, за якими можливі кількісно-якісні переходи впливу інформації на користувача. На основі проведених досліджень були отримані експериментальні данні стосовно залежності конверсії - кількості успішних дій, які є метою впливу інформації на користувача

(наприклад, реклама для покупки або кандидатури на виборах та інших вхідних даних щодо впливу) від:

- 1) зображення - зображення товару або іншого об'єкту впливу, яке використовується для залучення клієнтів на сайті;
- 2) назви - найменування товару або послуги;
- 3) ідентифікатора рекламодавця (або, наприклад, продавця) - унікальний номер, який присвоюється продавцю для ідентифікації;
- 4) ідентифікатора позиції - унікальний номер, що присвоюється, наприклад, кожному товару або позиції;
- 5) статусу - поточний статус позиції (наприклад, активно, неактивно або знято з продажу);
- 6) ціни - ціна товару або послуги;
- 7) кліків - кількість кліків, здійснених користувачами на товар (рекламу).
- 8) показів - кількість показів рекламного оголошення;
- 9) CTR (Click-Through Rate) - показник «кликабельності», розраховується як відношення кількості кліків до кількості показів (у відсотках);
- 10) коду валюти - валюта, у якій вказана ціна товару (якщо йдеться про вплив реклами на покупця);
- 11) середня ціна за клік - середня вартість кліку по рекламному оголошенню;
- 12) витрати - сума, витрачена на рекламу;
- 13) вартість/конверсія - вартість однієї конверсії, що розраховується як відношення витрат на рекламу до кількості конверсій;
- 14) відсоток отриманих показів на верхній позиції в пошуковій системі (ВПП) на верхній позиції в пошуковій мережі;
- 15) коефіцієнт усіх конверсій;
- 16) загальна цінність усіх конверсій (виражається в грошовому еквіваленті);
- 17) коефіцієнт конверсії - відношення кількості конверсій до кількості кліків (у відсотках).
- 18) цінність конверсії у відношенні до її вартості;
- 19) загальна кількість усіх конверсій;
- 20) середня вартість замовлення - середня сума, витрачена клієнтами на одне замовлення (якщо йдеться про вплив реклами на покупця);
- 21) кількість проданих одиниць - загальна кількість товарів, проданих за звітний період.
- 22) канал - джерело, через яке прийшов користувач;
- 23) відсоток отриманих показів у пошуковій мережі - відсоток усіх можливих показів, які були отримані в пошуковій мережі;
- 24) відсоток втрачених показів у пошуковій мережі (рейтинг) - відсоток показів, втрачених через недостатньо високий рейтинг оголошення;
- 25) відсоток отриманих кліків - відсоток усіх можливих кліків, які були отримані.

За кореляційним аналізом було визначено найбільш впливові дані, що пов'язані з результатами конверсії та за методами апроксимації отримано функціональні залежності результатів впливу від вхідних даних, таких, як ціна/конверсія (x_1), кліки/конверсія (x_2) та покази/конверсія (x_3).

Дослідження залежності конверсії від ціни. За отриманими даними (Табл. 1.) було побудовано залежність конверсії від ціни товару. Результати наведено на Рис.1.

Таблиця 1.

Витяг з результатів дослідження залежності конверсії від ціни товару, кількості кліків по рекламі та кількості показів в мережі.

| Ціни (грн.) | Кліки (кількість) | Покази (кількість) | Конверсії (кількість) |
|-------------|-------------------|--------------------|-----------------------|
| 370,00 | 5 628 | 215 851 | 588,66 |
| 249,00 | 1 914 | 94 394 | 248,73 |
| 299,00 | 1 717 | 98 793 | 235,36 |
| 87,00 | 1 588 | 118 366 | 106,53 |
| 270,00 | 1 246 | 62 340 | 49,5 |
| 550,00 | 1 202 | 74 674 | 11 |
| 429,00 | 1 176 | 109 555 | 167,38 |
| 360,00 | 1 104 | 69 478 | 40 |
| 900,00 | 818 | 47 158 | 22 |
| 159,00 | 726 | 47 859 | 18 |
| 49,00 | 678 | 79 013 | 54,84 |
| 270,00 | 597 | 41 603 | 10,5 |
| 65,00 | 363 | 59 021 | 25,45 |
| 1 500,00 | 266 | 12 808 | 1 |
| 590,00 | 260 | 30 026 | 4 |
| 390,00 | 159 | 7 370 | 3,08 |
| 75,00 | 159 | 34 923 | 14,95 |
| 119,00 | 122 | 7 689 | 3 |
| 142,00 | 120 | 11 798 | 8 |
| 950,00 | 91 | 24 767 | 0 |
| 500,00 | 73 | 21 747 | 3 |
| 149,00 | 43 | 6 333 | 1 |
| 350,00 | 11 | 2 375 | 1 |

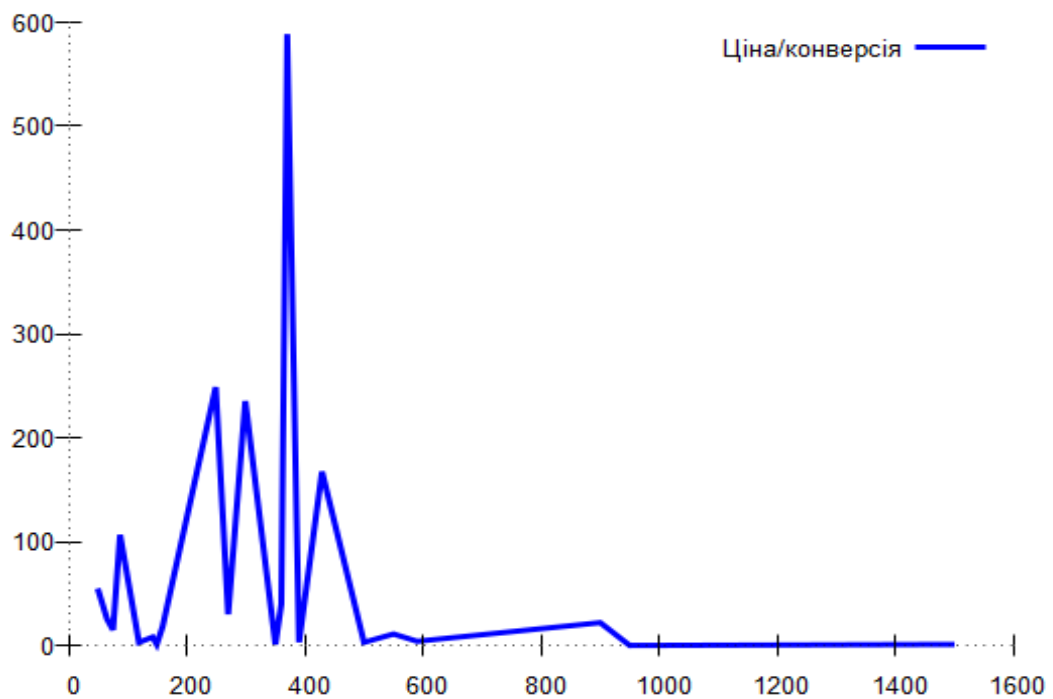


Рис 1. Результати дослідження залежності ціна/конверсія

Результати моделювання залежності конверсії від ціни наведено на Рис.2:

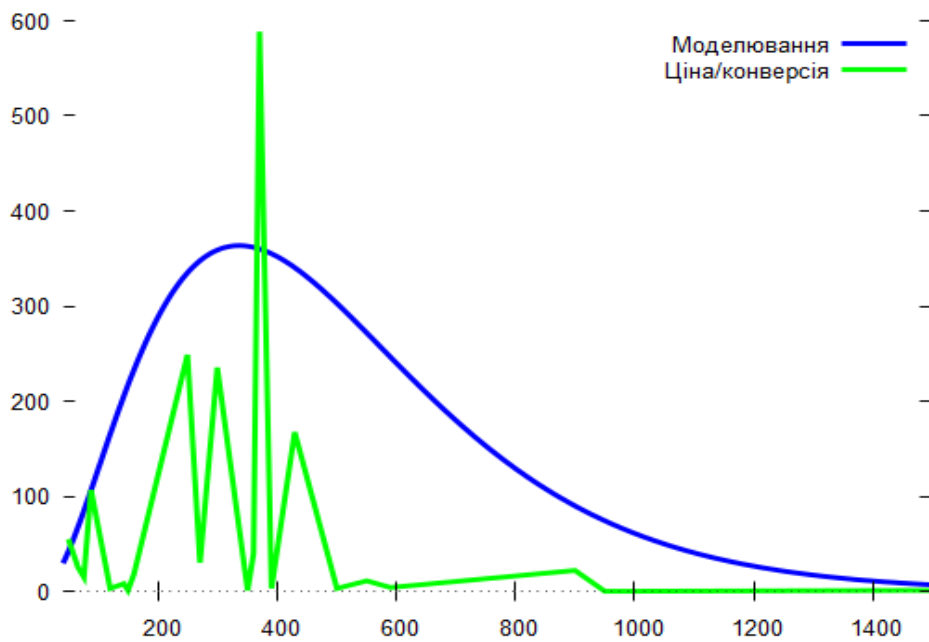


Рис. 2. Результати моделювання залежності ціна/конверсія

Результати моделювання вказують на можливість застосування Гамма-розподіл Ерланга [1-4] для опису залежності ціна/конверсія. Обчислення параметрів розподілу надали змогу отримати залежність:

$$f(x_1) = \frac{x_1^{2,015} e^{-0,006x_1}}{45,125} \quad (1)$$

Дослідження залежності конверсії від кліків по рекламним повідомленням. Результати дослідження залежності конверсії від кількості кліків по рекламним об'явленням наведено на рис.3.

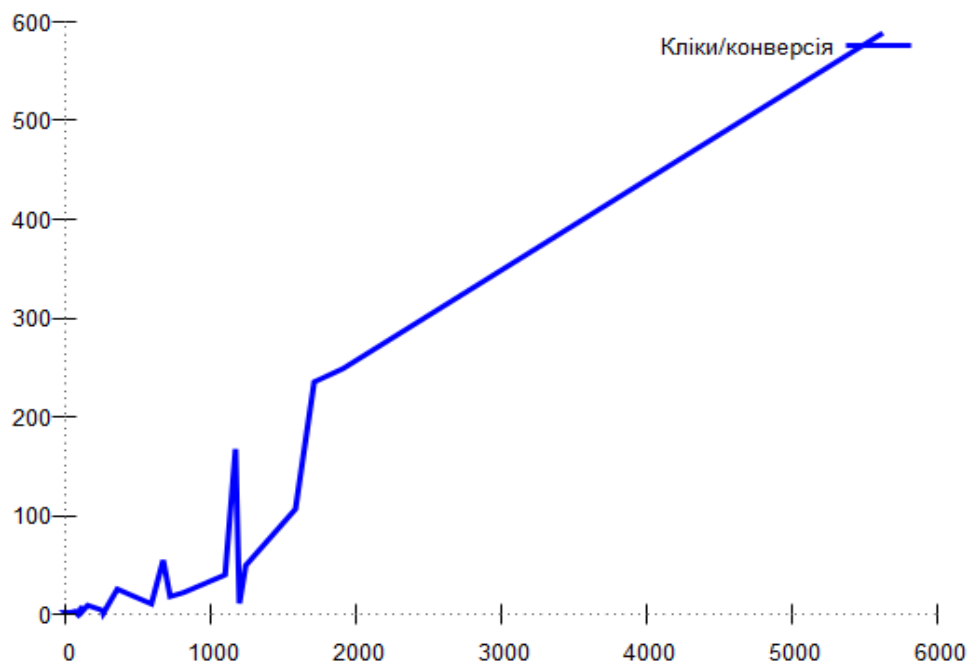


Рис 3. Результати дослідження залежності кількість кліків / конверсія

Результати моделювання залежності конверсії від кількості кліків наведено на Рис. 4:

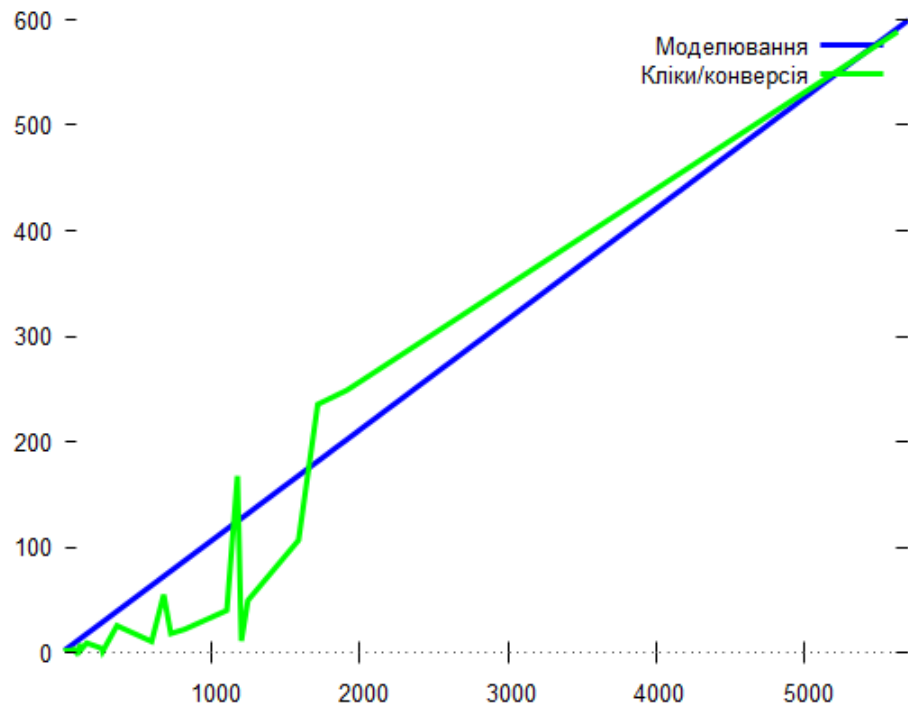


Рис. 4. Результати моделювання залежності кількості кліків/конверсія

Результати моделювання вказують на можливість лінійну залежність кількості кліків / конверсія. Обчислення параметрів лінійної залежності надали змогу отримати функцію:

$$f(x_2) = 0.105x_2 + 1.05 \quad (2)$$

Дослідження залежності конверсії від показів. Для моделювання впливу кількості показів контенту від їх впливу на користувача за даними кількості показів / конверсія було отримано спочатку було отримано графік відповідної залежності за даним Таблиці 1. Результати наведено на Рис. 5

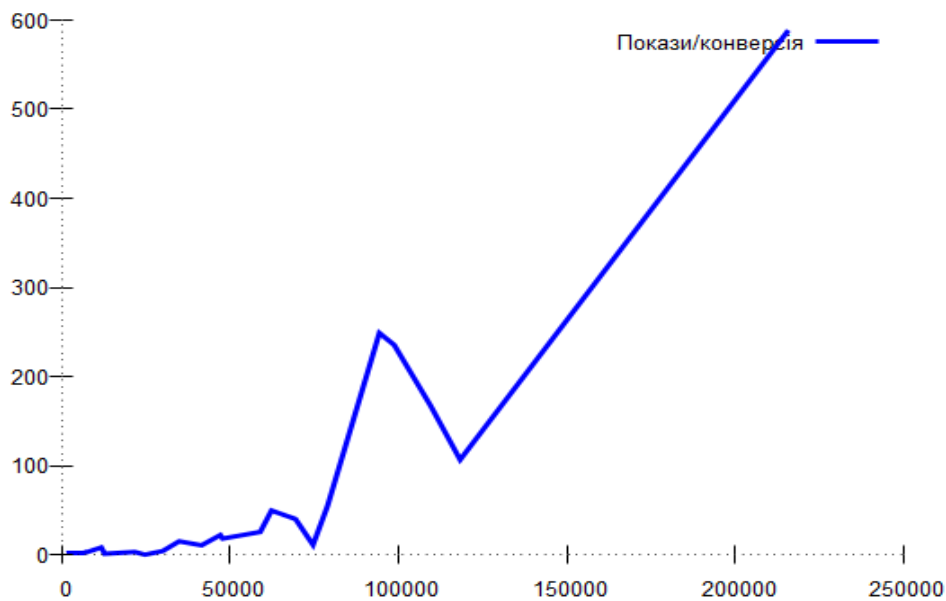


Рис 5. Результати дослідження залежності кількості показів / конверсія

За отриманими даними було проведено моделювання досліджуваної залежності. Результати моделювання залежності кількість показів / конверсія наведено на Рис. 6:

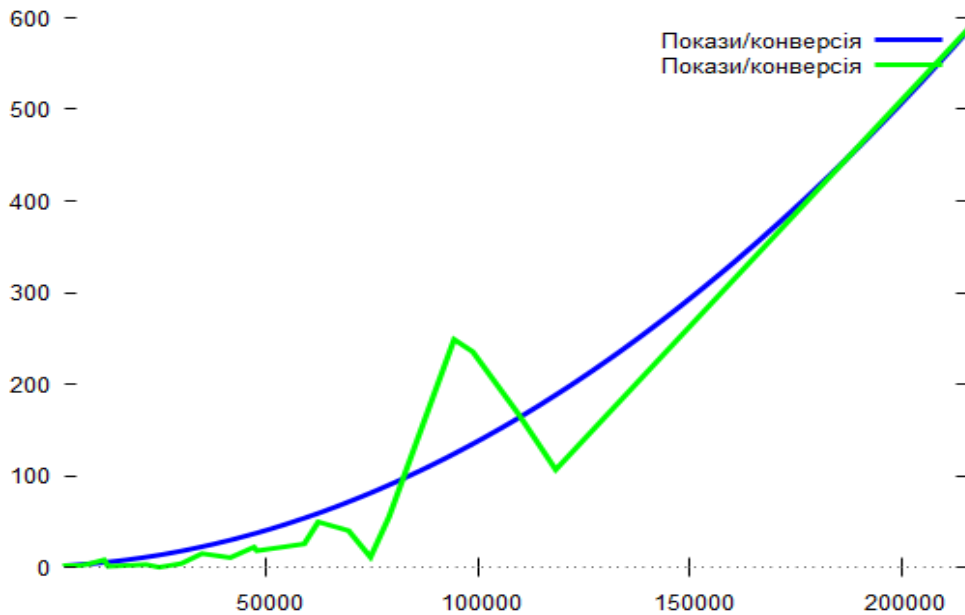


Рис 6. Результати моделювання залежності кількість показів / конверсія

Результати обчислення параметрів отриманої залежності покази / конверсія та отримана функціональна залежність наведена у (3):

$$f(x_3) = 1,165 \cdot 10^{-8} x_3^2 + 0,0002 x_3 + 1,245 \quad (3)$$

Моделювання впливу зовнішнього контенту на користувача. За результатами (1) – (3) було отримано функцію впливу у вигляді:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 1,165 \cdot 10^{-8} x_3^2 + 2,0 \cdot 10^{-4} x_3 + 0,105 x_2 + 0,022 x_1^{2,02} e^{-0,006 x_1} + 2,295, \quad (4)$$

де змінними x_1 моделюється залежність ціна/конверсія, x_2 – кліки/конверсія та x_3 – покази/конверсія.

Для з'ясування умов, за якими користувач може якісно змінити своє ставлення до зовнішнього інформаційного навантаження, в роботі проведено аналіз умов, за якими одночасно дорівнюють нулю значення похідних функції впливу з першої по третю включно, а значення четвертої похідної функції впливу приймають додатні значення [5-9]:

$$\frac{df}{dx} = \frac{d^2f}{dx^2} = \frac{d^3f}{dx^3} = 0, \quad \frac{d^4f}{dx^4} > 0 \quad (5)$$

$$X = (x_1, x_2, x_3)$$

Такий стан відповідає умовам, коли у досліджуваному фазовому просторі виконуються умови одночасного існування двох рівнозначних фаз, тобто виникає простір співіснування фаз другого порядку. Для знаходження такого простору було застосовано диференціально-топологічний підхід [5-7], за яким послідовно було знайдено умови існування стабільної фази та біфуркаційного простору на фазових діаграмах в координатах залежності конверсії від ціни та показів за фіксованою

кількістю кліків. Було застосовано алгоритм, за яким, за яким знаходились в аналітичній формі вирази похідних цільової функції впливу послідовно від першої до четвертої похідної включно. Для кожної знайденої похідної в досліджуваній області $x_1 \in [40.0; 150.0]$ (грн.), $x_2 \in [11; 1628]$ (кількість кліків), $x_3 \in [2375.0; 215851.0]$ (кількість показів) було обчислено та проведено аналіз топології та знайдені контури, вздовж яких досліджувані похідні приймають нульові значення. Для знаходження аналітичних виразів похідних та обчислення їх нульових контурів було застосовано систему комп'ютерної алгебри МАХІМА [10]

Для аналізу умов існування стабільної фази було знайдено простори, в яких одночасно виконуються умови нульових значень компонентів градієнта цільової функції, тобто функції впливу, та додатніх значень другої похідної:

$$\frac{df}{dX} = 0, \det \frac{d^2f}{dX^2} > 0 \quad (6)$$

$$X = (x_1, x_2, x_3)$$

$$\frac{df}{dX} = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \frac{\partial f}{\partial x_3} \right) = 0, \quad \det \frac{d^2f}{dX^2} = \det \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_3} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} \end{pmatrix}$$

Для отримання перерізів нульових контурів похідних фіксувалися значення змінної x_2 (кількість кліків, $x_2 = 1000$) і отримувалася переріз у площині (x_1, x_3) , тобто (ціна, покази). Для цього спочатку було отримано поверхню досліджуваної функціональної залежності, яку наведено на рис. 7. Аналіз отриманої поверхні показав наявність нульових контурів для за $x_1 \in (300-400)$ та $x_1 > 800$. З метою уточнення сигнатури простору у знайдених областях було обчислено положення нульових контурів та топологію простору навколо них. Результат моделювання поверхні першої похідної функції конверсії наведено на Рис. 7.

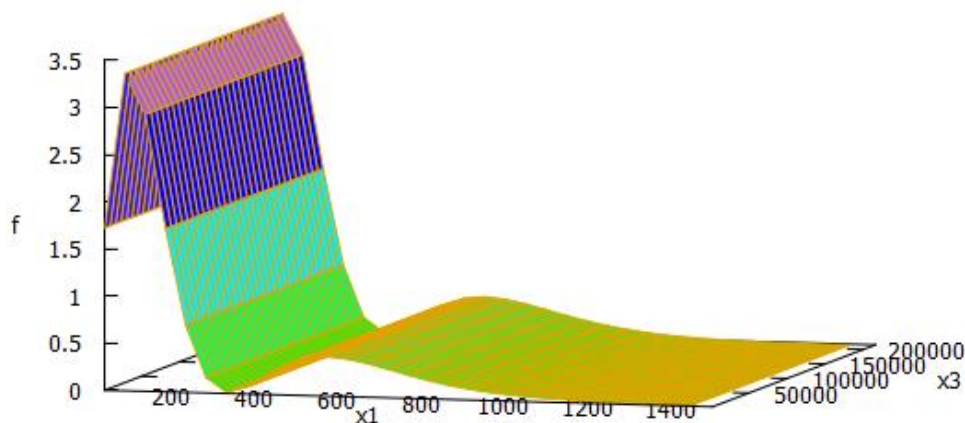


Рис. 7. Результат моделювання поверхні першої похідної функції конверсії

Результати обчислення нульових контурів першої похідної функції конверсії наведено на Рис. 8:

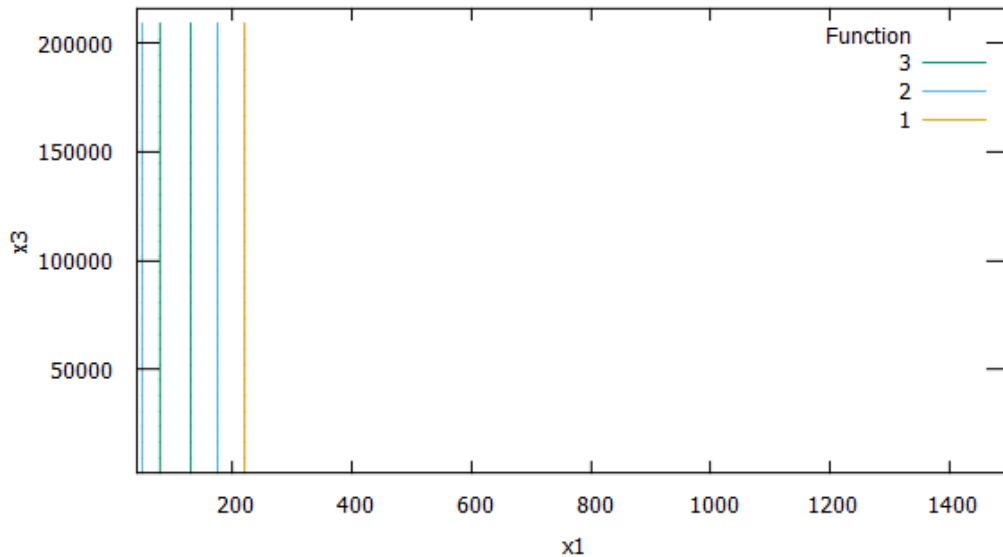


Рис. 8. Результати обчислення нульових контурів першої похідної функції конверсії

Результати моделювання (Рис.7 – 8) та безпосереднє обчислення значень похідних у досліджуваних областях вказують на наявність двох нульових контурів першої похідної функції конверсії.

Результати моделювання поверхні другої похідної функції конверсії наведено на Рис. 9. Аналіз топології отриманого простору свідчить про існуванні нульових контурів досліджуваної похідної.

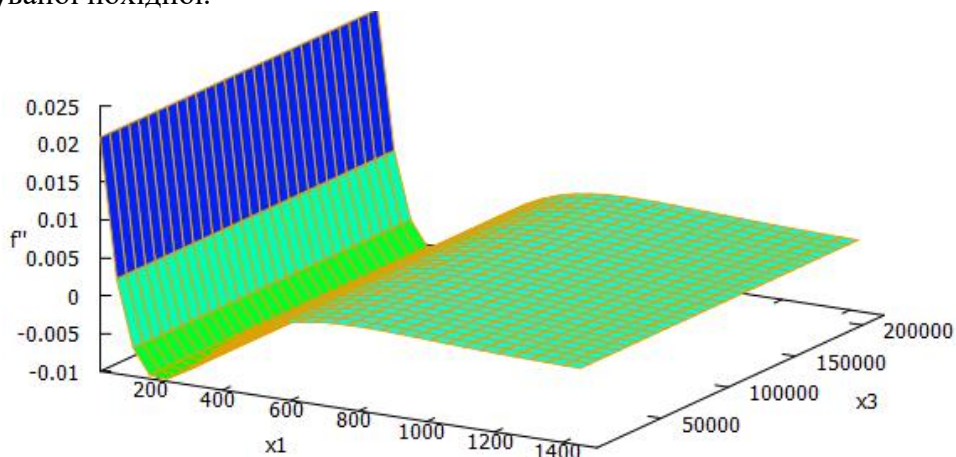


Рис. 9. Результат моделювання поверхні другої похідної функції конверсії

З метою визначення виконання умови (6) було обчислено положення нульових контурів другої похідної функції конверсії, та отримані результати нанесено на переріз існування досліджуваної похідної. Результати наведено на Рис. 10.

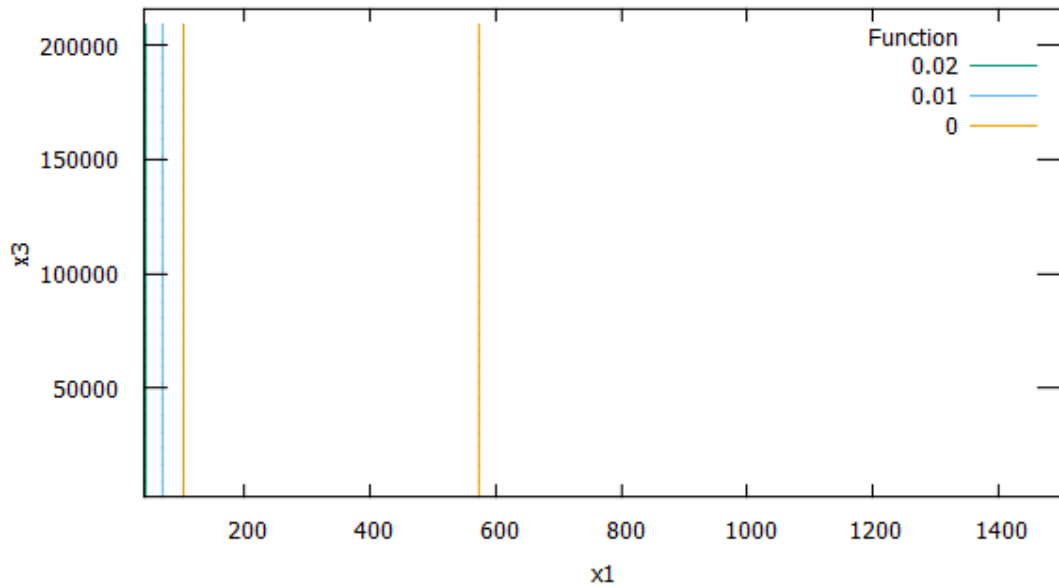


Рис.10. Результати обчислення нульових контурів другої похідної функції конверсії

За результатами моделювання поверхні другої похідної функції конверсії та обчислень положень її нульових контурів видно, що умова (6) виконується тільки для одного контуру, що знайдено за аналізом першої похідної функції конверсії (поблизу $x_1 = 1000$)

Для аналіз виконання умов існування біфуркаційного простору було перевірено умови [5 – 9]:

$$\frac{df}{dx} = \frac{d^2f}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3f}{dx^3} > 0 \quad (7)$$

$$X = (x_1, x_2, x_3)$$

На наступному кроці, для перевірки виконання умов (5) було отримано аналітичний вигляд третьої похідної функції впливи та проведено її топологічний аналіз. Результати побудови поверхні третьої похідної наведено на Рис. 11:

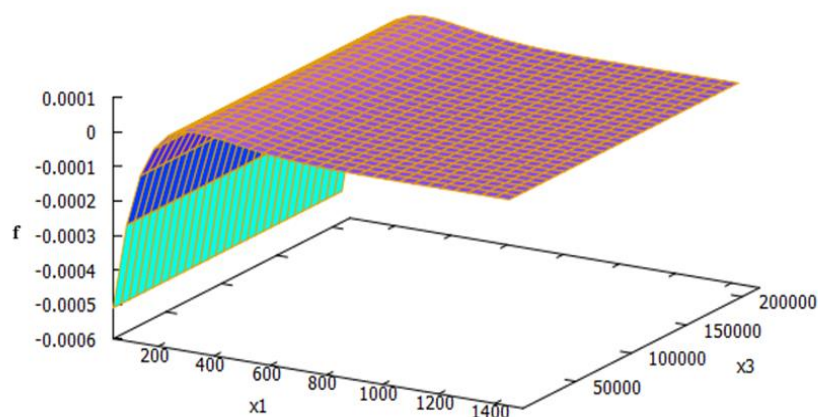


Рис. 11. Результат моделювання поверхні третьої похідної функції конверсії

Результати обчислення нульових контурів третьої похідної функції конверсії наведено на Рис. 12:

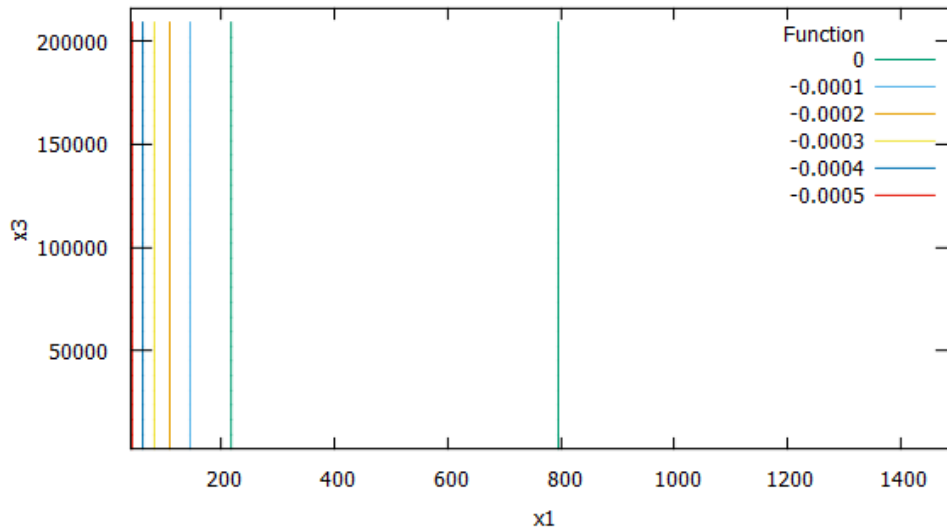


Рис. 12. Результати обчислення нульових контурів третьої похідної функції конверсії

Перевірка виконання умов існування простору співіснування фаз другого порядку було проведено за аналогічним алгоритмом. Умови існування простору співіснування фаз другого порядку, тобто за якими можливо якісне зміння стану досліджуваної системи наведено у (5). Виконання таких умов відповідає зміні фази досліджуваної системи, тобто користувач стрибком змінює своє відношення до продукту, який рекламується в мережі і від стану, коли він не звертає уваги на рекламу продукції переходить у стан не тільки зацікавленості, а й готовності придбати продукцію, що рекламується. Результат моделювання поверхні четвертої похідної функції конверсії наведено на Рис. 13:

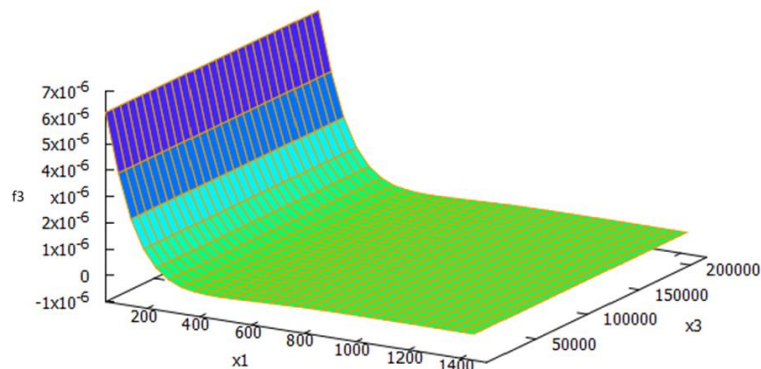


Рис. 13. Результат моделювання поверхні четвертої похідної функції конверсії

Результати обчислення нульових контурів четвертої похідної функції конверсії наведено на Рис. 14:

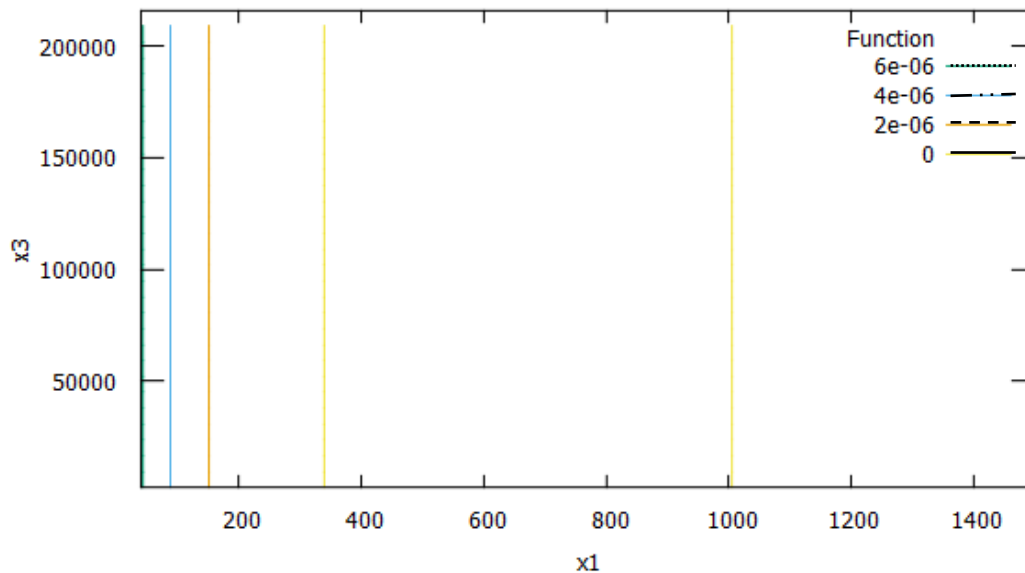


Рис. 14. Результати обчислення нульових контурів четвертої похідної функції конверсії

Висновки. Співставлення результатів моделювання, наданих на рис. 7 – 11, свідчать про існування простору співіснування фаз другого порядку навколо області змінної $x_1 \in (800; 1000)$ за фіксованим значенням змінної $x_2 = 1000$ вздовж $x_3 \in (50000; 200000)$. Це свідчить про можливість небезпечного впливу рекламної інформації на користувача. Результати моделювання вказують, що за отриманими даними знайдено простір, за виконанням умов існування якого користувач мережі може змінити своє становище до продукції, яка рекламується завдяки впливу рекламних акцій. Небезпека полягає у тому, що користувач мережі може придбати речі, які, взагалі, йому не потрібні. Такий зовнішній вплив є небезпечним і відповідає маніпуляції одних учасників глобальної мережі іншими. Знайдені за умовою (8) простори співіснування фаз відповідають станам, в яких досліджувана система перебуває одночасно у двох фазах, тобто один стабільний стан співіснує з іншим стабільним станом. Таке становище відповідає стану користувача, коли у фазі стійкого відношення до контенту, який до нього надходить, зароджується нове якісне відношення, тобто кількісний вплив на користувача призводить до якісних змін у сприйнятті інформації, яка надходить до нього із зовнішнім контентом. Таке втручання є несанкціонованим, тому містить небезпеку зовнішнього керування користувачем і повинно бути ретельно досліджено.

Список літератури

1. Choi K.P. On the medians of gamma distributions and an equation of Ramanujan. *Proceedings of the American Mathematical Society*. 121 (1): 245—251. doi:10.1090/S0002-9939-1994-1195477-8. JSTOR 2160389.
2. Adell, J. A., Jodrá P. On a Ramanujan equation connected with the median of the gamma distribution. *Transactions of the American Mathematical Society*. 2008. V. 360 (7). P. 3631—3644. doi:10.1090/S0002-9947-07-04411-X
3. Jodrá P. Computing the Asymptotic Expansion of the Median of the Erlang Distribution. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2012. V.17 (2). P.281—292. doi:10.3846/13926292.2012.664571
4. Chatfield C. Goodhardt, G.J.. A Consumer Purchasing Model with Erlang Inter-Purchase Times. *Journal of the American Statistical Association*. 68: 828—835. JSTOR 2284508.
5. Cahn J. On spinodal decomposition. *J.Cahn.Acta Met.* 1961. V. 9. P. 795 — 801.
6. Okada K., Suzuki I. Classical calculations on the phase transition I. Phase diagram in four-dimensional space for the system with one order parameter. *J. Phys. Soc. Jap.* 1982. V. 51. No 10. P. 3250 — 3257.

7. Shapovalov H., Kazakov A., Berber I. Mathematical modeling of critical phenomena in biomedical systems. *International Science Journal of Engineering & Agriculture*. 2023. V. 2. No. 4, P. 1-8. doi: 10.46299/j.isjea.20230204.01.
8. Shapovalov H., Kazakov A., Oleynyk V. Mathematical modeling of critical phenomena according to the plebiansky-demyansky metric. *The level of development of science and technology in the XXI century 'Monographic series «European Science»*. 2023. P. 123 - 130
9. Shapovalov H., Kazakov A., Ksendziyk G. Computer Simulation of Critical Phenomena in Materials Cyber Systems Elements. *12 International Conference on Applied Innovations in AT (ICAIT), Koethen, Germany, 2024*. V.12. No 1. P.. 167 - 172
10. Maxima – система комп'ютерної алгебри для роботи з символічними та чисельними виразами. URL:<https://uk.vessoft.com/software/windows/download/maxima>

MATHEMATICAL MODELING OF CRITICAL IMPACTS OF EXTERNAL CONTENT ON THE NETWORK USER

H.V. Shapovalov, O. Pavlenko

National Odesa Polytechnic University
1, Shevchenko Ave., Odesa, 65044, Ukraine
Email: shapovalov@op.edu.ua

The paper has performed mathematical modeling of the impact of dangerous content on the user of the global network. The prediction of critical states, under which quantitative and qualitative transitions of the impact of information on the user are possible, has been performed. Based on the conducted research, experimental data were obtained regarding the dependence of conversion - the number of successful actions that are the purpose of the impact of information on the user, such as advertising for purchases or candidacies in elections and other input data on the impact on the network user. By correlation analysis, the most influential data related to the results of conversions were determined, and by approximation methods, functional dependencies of the impact results on input data, such as price/conversion, clicks/conversion and impressions/conversion, were obtained. Comparison of modeling results indicates the existence of a space of coexistence of second-order phases around the studied spaces, which indicates the possibility of a dangerous impact of advertising information on the user. The modeling results indicate that according to the obtained data, a space has been found, under the fulfillment of the conditions of the existence of which the network user can change his position towards the products advertised due to the influence of advertising campaigns. The danger lies in the fact that the network user can purchase things that, in general, he does not need. Such external influence is dangerous and corresponds to the manipulation of some participants of the global network by others. Such a situation corresponds to the state of the user when, in the phase of a stable attitude towards the content that comes to him, a new qualitative attitude arises, that is, the quantitative impact on the user leads to qualitative changes in the perception of the information that comes to him with external content. Such intervention is unauthorized, therefore it contains the danger of external control of the user and should be carefully investigated.