

**МЕТОДИКА ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЗАДАЧ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО ВИБОРУ ЗА ДОПОМОГОЮ ВДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ TOPSIS**Ю.М. Юрченко<sup>1</sup>, Н.П. Волкова<sup>2</sup>

---

Національний університет «Одеська політехніка»  
1, Шевченко пр, Одеса, 65044, Україна  
Emails: yuriy090202@gmail.com<sup>1</sup>, volkova.n.p@op.edu.ua<sup>2</sup>

---

Запропоновано методику підтримки прийняття рішень для задач багатокритеріального вибору шляхом вдосконалення методу TOPSIS. Було проведено огляд та порівняння багатокритеріальних методів прийняття рішень, які найбільш часто застосовують для знаходження найкращого рішення в умовах багатокритеріальності, а саме методи: АНР, МАНР, ELECTRE, TOPSIS та SMART. Порівняння методів проводилось з точки зору оперативності, достовірності, стійкості та простоти реалізації. Було виявлено недоліки та переваги розглянутих методів з аналізу яких було зроблено висновок, що метод TOPSIS є простим у реалізації та характеризується високою оперативністю та достовірністю та широко застосовується для підтримки прийняття рішень в різних галузях. Основними етапами методу TOPSIS є нормалізація даних, побудова ідеального та анти-ідеального векторів, розрахунок відстаней до векторів, обчислення коефіцієнтів близькості на основі яких обирається найкраще рішення. Проте метод TOPSIS не позбавлений недоліків. Для вирішення проблеми вибору ідеального та анти-ідеального рішення, в роботі запропоновано вдосконалення методу на основі узагальненого середнього. Проведений чисельний експеримент показав, що час знаходження найкращого рішення залежить від типу узагальненого середнього. Найбільш оперативними виявилися обчислення за максимумом і мінімумом, і далі в порядку зниження оперативності: середнє арифметичне, гармонійне та геометричне. Розроблений вдосконалений метод TOPSIS є більш гнучким в налаштуванні та може бути застосований для більш широкого класу задач, що може бути корисним для застосування науковцями та практиками у багатьох галузях.

**Ключові слова:** багатокритеріальні методи прийняття рішень; MCDM; узагальнене середнє

**Вступ.** У сучасних умовах в багатьох сферах діяльності перед особою яка приймає рішення (ОПР) виникає задача знаходження найкращого рішення в задачах вибору, наприклад в таких галузях як бізнес, медицина, охорона навколишнього середовища, державна політика [1]. Знаходження рішення такої задачі часто ускладнюється зростанням кількості альтернатив та критеріїв, за якими ОПР надає оцінки альтернативам, а також неможливістю порівняти альтернативи в умовах конфлікту критеріїв, коли за деякими критеріями одна альтернатива є кращою, а за іншими гіршою. Виникає задача багатокритеріальної оптимізації [2] і постає проблема вибору методу, який би забезпечував знаходження достовірного рішення, був простим у реалізації, а також характеризувався високою оперативністю та стійкістю. Для знаходження рішення таких задач застосовують багатокритеріальні методи прийняття рішень (Multiple Criteria Decision-Making (MCDM) methods), найбільш відомими та найбільш застосовуваними є: АНР (Analytic Hierarchy Process), TOPSIS (Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution), ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la REalité), SMART (Simple Multi-Attribute Rating Technique) та інші [1, 3-5].

В [1] показано важливість методів MCDM при розв'язанні задач багатокритеріальної оптимізації в умовах складності вибору, що виникає через конфлікт критеріїв, велику кількість та неоднорідність альтернатив. Показані сильні та слабкі сторони кожного

розглянутого метода MCDM та обмеження їх застосування. З проведеного в роботі аналізу з'ясовано, що вибір методу MCDM залежить від постановки задач та з урахуванням умов прийняття рішень. Так метод АНР, незважаючи на те, що він є математично обґрунтованим і дозволяє обробляти дані різних типів [5], за різних умов може виявитись неефективним з точки зору оперативності, так як потребує великих часових затрат при порівнянні важливостей альтернатив та критеріїв на різних рівнях ієрархії. Методи групи ELECTRE також виявляються неефективними з точки зору оперативності. Одним з ефективних з точки зору оперативності є метод TOPSIS [6], оскільки він дозволяє швидко провести ранжування альтернатив та обрати найкраще рішення, оцінюючи альтернативи за їх відстанню від ідеального рішення. Метод TOPSIS враховує і ідеальне рішення і анти-ідеальне рішення. Проте метод TOPSIS не позбавлений недоліків, до яких можна віднести наступні: вибір ідеального рішення і анти-ідеального рішення є суб'єктивним; критерії можуть бути нелінійно залежними; нестійкість рішення при зміні вхідних даних. Дані недоліки можуть призвести до прийняття невірних рішень, в залежності від специфіки задач та умов прийняття рішень. Таким чином, актуальним є вдосконалення методу TOPSIS для зменшення суб'єктивності у виборі ідеального і анти-ідеального рішення, а також підвищення оперативності та стійкості методу в умовах великої кількості альтернатив та критеріїв.

**Аналіз літературних джерел та постановка проблеми.** Наразі, в науковій літературі існує велика кількість різноманітних методів MCDM, що застосовуються для прийняття рішень в задачах з багатьма критеріями [1-6]. Для кожного з цих методів також розроблено багато варіацій, метою яких є адаптація базових методів для вирішення більш широкого класу задач.

Метод АНР (Analytic Hierarchy Process) [3] дозволяє представити складну проблему у вигляді ієрархічної структури, що робить прийняття рішень зрозумілим. Цей метод дозволяє враховувати як кількісні дані, так і експертні оцінки, у тому числі якісні, та дозволяє перевірити узгодженість суджень та уникнути суперечливих оцінок за допомогою розрахунку коефіцієнту узгодженості. Недоліками методу є низька оперативність, залежність від експертних оцінок та чутливість до невеликих змін у даних. Незважаючи на недоліки, метод АНР застосовують до широкого класу задач багатокритеріального прийняття рішень [7]. З метою покращення методу АНР було розроблено метод МАНР [7]. Метод МАНР дозволив знизити суб'єктивність в оцінках експертів, за рахунок запропонованого розрахунку узагальненого критерію і забезпечити стабільність результатів при незначному збільшенні вхідних даних.

Метод Electre [8-10] схожий за недоліками на метод АНР: низька оперативність, робота з кількісними та якісними даними, чутливість до зміни даних. Проте метод Electre також враховує конфліктні критерії.

У роботі [11] детально описано всі переваги, недоліки та обмеження методу SMART, який є оперативним з точки зору витрат часу ОПР під час прийняття рішень. Усі зазначені методи відрізняються тим, що для роботи потребують експерта чи групи експертів, що може бути проблематичним в реальних умовах.

Метод TOPSIS був представлений в роботах [6, 11-13]. На відміну від розглянутих методів MCDM, метод TOPSIS є простим в реалізації та не потребує затрат від ОПР для надання оцінок альтернатив за критеріями, що є його суттєвою перевагою, що робить його достатньо універсальним. Проте ці оцінки є тільки кількісними, що є недоліком методу TOPSIS. У задачах з великою кількістю альтернатив та критеріїв, обсяг часу, який є необхідним для пошуку оптимального рішення, швидко зростає, що знижує оперативність методу при його застосуванні під час вирішення подібних задач. Таким чином, постає задача збільшення оперативності методу.

Однією з переваг методу TOPSIS є оперативність, яка знижується зі збільшенням кількості альтернатив та критеріїв.

Окрім того, існує ряд проблем під час використання методу, наприклад, проблема визначення вагових коефіцієнтів для критеріїв для застосування методу TOPSIS в задачах, де критерії мають різний ступінь важливості, що було досліджено в роботі [11].

Метод TOPSIS має декілька вдосконалень, що допомагають розширити клас задач, до яких можна застосувати метод. Нечіткий TOPSIS [12] застосовується до задач, де дані представлені у вигляді нечітких множин або лінгвістичних змінних. Інтервальний TOPSIS [11] застосовується до задач із інтервальними даними, коли точні значення критеріїв невідомі, але визначені їхні діапазони.

Крім цього, в методі TOPSIS вибір позитивних і негативних ідеалів є суб'єктивним, тому постає задача узагальнення методу TOPSIS для зниження впливу ОПР на оцінки альтернатив за критеріями.

Було проведено порівняння методів MCDM, які є найбільш часто використаними: TOPSIS, SMART, АНР, МАНР, ELECTRE. Результати порівняння наведено в таблиці 1.

Таблиця 1.

Порівняння методів MCDM

Параметр	TOPSIS	SMART	АНР	МАНР	Electre
Взаємозв'язки критеріїв	Немає	Немає	Частково	Частково	Є
Простота реалізації	Простий	Простий	Складний	Складний	Складний
Оперативність	Висока для малих даних. Знижується лінійно зі збільшенням критеріїв і альтернатив	Висока для малих даних	Низька для великих задач (багато парних порівнянь)	Низька через обчислення з нечіткими числами	Низька через кількість обчислень для порогів і матриць
Застосування	Загальні завдання	Загальні завдання	Завдання з ієрархічною структурою	Завдання з невизначеними оцінками	Завдання з якісними оцінками
Тип критеріїв	Точні числові оцінки	Точні числові оцінки	Парні порівняння (якісні та кількісні)	Нечіткі оцінки та парні порівняння	Точні кількісні та якісні оцінки
Потребує втручання ОПР	Немає	Немає	Є	Є	Є

На основі проведеного аналізу з порівняння методів MCDM було виявлено, що методи TOPSIS та SMART є простими в реалізації та характеризуються високою оперативністю.

**Мета та задачі роботи.** Метою роботи є розробка методики підтримки прийняття рішень для задач багатокритеріального вибору через вдосконалення методу TOPSIS для підвищення оперативності та стійкості методу в умовах великої кількості альтернатив та критеріїв та зменшення суб'єктивності при визначенні ідеального та анти-ідеального вектору. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі: аналіз теоретичних основ методу TOPSIS; вдосконалення методу TOPSIS; експериментальне дослідження розробленої методики.

**Основна частина.** За результатами дослідження методів MCDM в якості опорного методу для розробки методики підтримки прийняття рішень було обрано метод TOPSIS. Згідно з методом TOPSIS, найкращим рішенням є те, яке знаходиться найближче до ідеального рішення і як найдалше від анти-ідеального рішення. Метод дозволяє вибрати

найкращу альтернативу, оцінюючи відстань до ідеального та анти-ідеального рішень. Однією з переваг методу TOPSIS є оперативність, яка знижується зі збільшенням кількості альтернатив та критеріїв.

Окрім того, існує ряд проблем під час використання методу, наприклад, проблема визначення вагових коефіцієнтів для критеріїв для застосування методу TOPSIS в задачах, де критерії мають різний ступінь важливості, що було досліджено в роботі [11].

Метод TOPSIS має декілька вдосконалень, які допомагають розширити клас задач, до яких можна застосувати метод. Нечіткий TOPSIS [12] застосовується до задач, де дані представлені у вигляді нечітких множин або лінгвістичних змінних. Інтервальний TOPSIS [11] застосовується до задач із інтервальними даними, коли точні значення критеріїв невідомі, але визначені їхні діапазони.

Розглянемо алгоритм методу TOPSIS, який вперше було запропоновано в [6, 14].

1. Створення матриці показників  $X$  з  $m$  альтернатив та  $n$  критеріїв таким чином, що  $x_{ij}$  це оцінка  $i$ -ої альтернативи ( $i = 1, \dots, m$ ) та  $j$ -ого критерію, ( $j = 1, \dots, n$ ).
2. Нормалізація матриці показників  $X$  за формулою:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n.$$

Таким чином отримуємо нормалізовану матрицю  $R$ .

3. Отримання ідеального та анти-ідеального рішення.

Ідеальне рішення це вектор  $A^+$ , який визначається наступним чином:

$$A_j^+ = \max_i(r_{ij}), \quad j = 1, \dots, n, \quad \text{якщо } j\text{-ий критерій максимізується,}$$

$$A_j^+ = \min_i(r_{ij}), \quad j = 1, \dots, n, \quad \text{якщо } j\text{-ий критерій мінімізується.}$$

Анти-ідеальний рішення це вектор  $A^-$ :

$$A_j^- = \min_i(r_{ij}), \quad j = 1, \dots, n, \quad \text{якщо } j\text{-ий критерій максимізується,}$$

$$A_j^- = \max_i(r_{ij}), \quad j = 1, \dots, n, \quad \text{якщо } j\text{-ий критерій мінімізується.}$$

4. Обчислення евклідової відстані від рішень до ідеального та анти-ідеального рішення:

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (r_{ij} - A_j^+)^2}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (r_{ij} - A_j^-)^2}, \quad i = 1, \dots, m,$$

5. Обчислення відносної близькості до ідеального рішення для кожної  $i$ -тої альтернативи за формулою

$$C_i = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}.$$

6. Вибір найкращого варіанта, як варіанта з найбільшим показником відносної близькості до ідеального рішення.

На етапі 3, розглянутого алгоритму, під час отримання ідеального та анти-ідеального рішень, ОПР обирає напрям оптимальності критеріїв (максимізація або мінімізація). Даний етап підкреслює суб'єктивність методу, тобто залежно від знань та опиту ОПР, відбувається обрання напрямку оптимальності. В даній роботі запропоновано вдосконалення методу TOPSIS задля розширення класу задач, до яких може бути застосований метод, збільшення оперативності та зменшення суб'єктивності методу. Таким чином, на етапі 3 базового методу пропонується під час отримання ідеального та анти-ідеального рішення спиратись на використання узагальненого середнього, яке

також іноді називають квазі-арифметичним середнім чи  $f$  - середнім [1,4]. Нехай  $I \subset \mathbb{R}$ , інтервал дійсних чисел та  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  це неперервна та ін'єктивна функція, тоді для чисел  $x_1, \dots, x_n \in I$  узагальнене середнє [4] визначається формулою:

$$GenM_f(x_1, \dots, x_n) = f^{-1}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i)\right).$$

У якості середнього може бути обране будь-яке число з інтервалу від найменшого числа до найбільшого числа вибірки, включаючи найменше та найбільше числа, середнє арифметичне, середнє геометричне, середнє гармонійне і подібні. Також, у якості середніх можуть бути використані статистичні показники: мода та медіана [10].

Таким чином отримуємо алгоритм для вдосконаленого методу TOPSIS.

Вдосконалений метод TOPSIS реалізується за наступним алгоритмом:

1. Створення матриці показників  $X$  з  $m$  альтернатив та  $n$  критеріїв таким чином, що  $x_{ij}$  це оцінка  $i$ -ої альтернативи та  $j$ -ого критерію.
2. Нормалізація матриці показників  $X$  за формулою:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n.$$

Отримуємо нормалізовану матрицю  $R$ .

3. Отримання ідеального та анти-ідеального рішення.

Ідеальний вектор  $A^+$ :

$$A_j^+ = GenM_f(r_{1j}, \dots, r_{mj}), \quad j = 1, \dots, n.$$

Анти-ідеальний вектор  $A^-$ :

$$A_j^- = GenM_g(r_{1j}, \dots, r_{mj}), \quad j = 1, \dots, n.$$

4. Обчислення евклідової відстані від рішень до ідеального та анти-ідеального рішення:

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (r_{ij} - A_j^+)^2}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (r_{ij} - A_j^-)^2}, \quad i = 1, \dots, m,$$

5. Обчислення відносної близькості до ідеального рішення для кожної  $i$ -тої альтернативи за формулою

$$C_i = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}.$$

6. Вибір найкращого варіанта, як варіант з найбільшим показником відносної близькості до ідеального рішення.

**Експериментальне дослідження розробленої методики.** Для дослідження оперативності методу було розглянуто базовий метод TOPSIS та запропоноване в роботі вдосконалення методу TOPSIS. В ході дослідження було проведено експеримент, а саме: було досліджено яким чином на оперативність методу впливає вибір узагальненого середнього. Було розглянуто три випадки для отримання ідеального та анти-ідеального рішення розглядали три випадки:

1. В якості ідеального рішення обирали  $A^+$ :

$$A_j^+ = GenM_f(r_{1j}, \dots, r_{mj}), \quad j = 1, \dots, n, \text{ де } GenM_f(r_{1j}, \dots, r_{mj}) \text{ це максимум.}$$

Анти-ідеальний вектор  $A^-$ :

$$A_j^- = GenM_g(r_{1j}, \dots, r_{mj}), \quad j = 1, \dots, n, \text{ де } GenM_g(r_{1j}, \dots, r_{mj}) \text{ це мінімум.}$$

2. В якості ідеального рішення обирали  $A^+$  :

$$A_j^+ = GenM_f(r_{1j}, \dots, r_{mj}), \quad j = 1, \dots, n, \text{ де } GenM_f(r_{1j}, \dots, r_{mj}) \text{ це середнє арифметичне.}$$

Анти-ідеальний вектор  $A^-$  :

$$A_j^- = GenM_g(r_{1j}, \dots, r_{mj}), \quad j = 1, \dots, n, \text{ де } GenM_g(r_{1j}, \dots, r_{mj}) \text{ це середнє геометричне.}$$

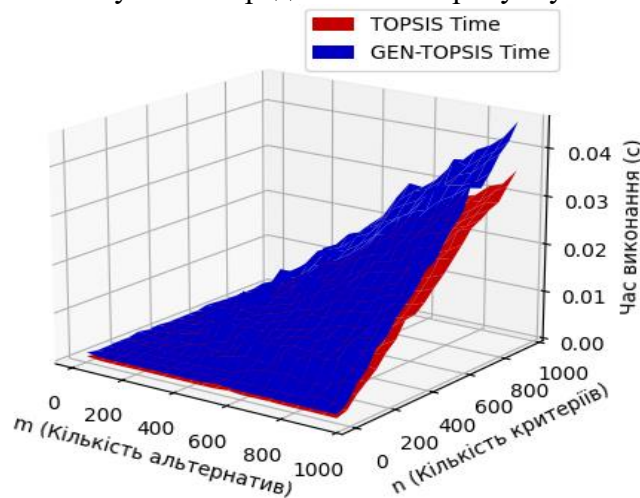
3. В якості ідеального рішення обирали  $A^+$  :

$$A_j^+ = GenM_f(r_{1j}, \dots, r_{mj}), \quad j = 1, \dots, n, \text{ де } GenM_f(r_{1j}, \dots, r_{mj}) \text{ це середнє арифметичне.}$$

Анти-ідеальний вектор  $A^-$  :

$$A_j^- = GenM_g(r_{1j}, \dots, r_{mj}), \quad j = 1, \dots, n, \text{ де } GenM_g(r_{1j}, \dots, r_{mj}) \text{ це середнє гармонійне.}$$

В ході дослідження було виконано програмна реалізація базового методу та запропонованого вдосконаленого методу TOPSIS та замірено час, за який відповідні методи знаходять найкраще рішення. Для дослідження роботи методів було згенеровано матрицю показників з подальшим знаходженням найкращого рішення базовим методом та його вдосконаленням. Результати представлені на рисунку 1.



**Рис. 1.** Порівняння часу пошуку рішення базовим методом TOPSIS та методом TOPSIS з середнім арифметичним та середнім гармонійним

В результаті дослідження отримали, що найшвидше відбувається обчислення максимуму та мінімуму, а далі за зростанням часу обробки: середнє арифметичне, середнє гармонійне, середнє геометричне

Також було проведено дослідження точності отриманого рішення. Для порівняння отриманих рішень в якості контрольного приклада було розглянуто задача з [20-21]. Необхідно обрати найкраще місце для побудови аеропорту, в якості альтернатив розглядалось чотири площадки  $A, B, C, D$ , в якості критеріїв розглядалось: вартість будови ( $C_1$ ), відстань від міста ( $C_2$ ), мінімальний шумовий вплив ( $C_3$ ).

Вхідні дані і результати обчислень представлені в таблиці 2.

**Таблиця 2.**

	Вхідні дані			Отримані оцінки альтернатив		
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	МАНР	TOPSIS	GEN-TOPSIS
$A$	180	70	10	0,005	0,4632	0,4903
$B$	170	40	15	0,076	0,3514	0,4623
$C$	160	55	20	<b>0,57</b>	<b>0,7093</b>	<b>0,5523</b>
$D$	150	50	25	0,51	0,5	0,5246

В результаті застосування методів МАНР, TOPSIS і запропонованого вдосконалення методу TOPSIS найкращою виявилася альтернатива, яка відповідає площадці  $D$  для побудови аеропорту.

Крім того, було досліджено стійкість рішень базового та вдосконаленого методу TOPSIS. В матрицю показників додавали рядок, що дублює існуючий рядок (альтернатива дублює іншу альтернативу). Було встановлено, що найкраще рішення не змінюється незалежно від таких маніпуляцій з матрицею показників, що свідчить про стійкість методів.

Аналогічне дослідження було проведено стосовно критеріїв. У матрицю показників додавали стовпчик, що дублює наявний стовпчик (критерій дублює інший критерій). Експеримент показав, що за всіма методами найкраще рішення не змінюється незалежно від таких маніпуляцій із матрицею показників. Це свідчить про стійкість методів до додавання стовпчика, що дублює інший критерій.

**Висновки.** Розроблено методику підтримки прийняття рішень для задач багатокритеріального вибору через вдосконалення методу TOPSIS для підвищення оперативності та стійкості методу в умовах великої кількості альтернатив та критеріїв та зменшення суб'єктивності при визначенні ідеального та анти-ідеального рішення.

Було проведено порівняльний аналіз методів багатокритеріального прийняття рішень та виявлено переваги та недоліки методів. Проведений аналіз показав, що метод TOPSIS є простим в реалізації та характеризуються високою оперативністю, тому його було обрано у якості базового для подальшої роботи.

На основі узагальненого середнього було реалізовано вдосконалений метод TOPSIS, який дає можливість застосувати метод до більш широкого класу задач.

У процесі чисельного експерименту було досліджено вплив вибору узагальненого середнього на час знаходження найкращого рішення методом TOPSIS та його вдосконаленням. Отримали, що найшвидшими є обчислення максимуму та мінімуму. Наступними за швидкістю є середнє арифметичне, середнє гармонійне, середнє геометричне.

Для перевірки точності результатів методів МАНР, TOPSIS і розробленого узагальнення TOPSIS було розглянуто задачу вибору найкращої площадки для будівництва аеропорту [19]. Отримали, що узагальнений метод TOPSIS надав таке ж саме рішення, як і розглянуті відомі методи MCDM.

Дослідження показало високу стійкість базового та вдосконаленого методу TOPSIS до маніпуляцій із матрицею показників. Додавання рядка, що дублює існуючу альтернативу, не вплинуло на результат, що свідчить про стабільність методів. Аналогічно, додавання стовпчика, який дублює наявний критерій, не призвело до змін у результатах, що підтверджує стійкість методів до таких маніпуляцій.

Отже, можна зробити висновок, що класичний метод TOPSIS залишається ефективним інструментом для багатокритеріального аналізу, але вдосконалий метод TOPSIS надав можливість зменшити суб'єктивність при визначенні ідеального та анти-ідеального вектору, при цьому метод забезпечує високу точність та оперативність..

Перспективи подальших досліджень можуть бути зосереджені на вдосконаленні та комбінуванні різних методів для підвищення точності та оперативності методу.

#### Список літератури

1. Sahoo S.K., Goswami S.S. A Comprehensive Review of Multiple Criteria Decision-Making (MCDM) Methods: Advancements, Applications, and Future Directions. *Decision Making Advances*. 2023. V.1(1). P. 25–48. URL: <https://doi.org/10.31181/dma1120237>
2. Ambroziak T., Malesa A., Kostrzewski M. Analysis of multicriteria transportation problem connected to minimization of means of transport number applied in a selected example. *WUT J. Transp. Eng.* 2018. V.123. P.5-20. DOI: 10.5604/01.3001.0013.7349.

3. Akmaludin A. Comparison of Selection for Employee Position Recommended MCDM-AHP, SMART and MAUT Method. *Sinkron: jurnal dan penelitian teknik informatika*. 2023. V. 7. No. 2. P. 603-616.
4. Dhurkari R. K. MCDM methods: Practical difficulties and future directions for improvement. *RAIRO-Operations Research*. 2022. V.56(4). P. 2221-2233. URL: <https://doi.org/10.1051/ro/2022060>.
5. Horpenko D.R. A conceptual model of decision-making support of the volunteer team in conditions of dynamic changes. *Herald of Advanced Information Technology*. 2022; Vol. 5 No. 4. P. 275–286. DOI: <https://doi.org/10.15276/hait.05.2022.20>.
6. Bullen P. S. Handbook of means and their inequalities. *Springer Science & Business Media*. 2013.
7. Cardozo F. Application of Monte Carlo Analytic Hierarchy Process (MAHP) in Underground Mining Access Selection. *Mining*. 2023. V. 3. No. 4. P. 773-785.
8. De Carvalho M. Mean, what do you Mean? *The American Statistician*. 2016. V. 70. No. 3. P. 270-274.
9. Jahanshahloo G. R., Lotfi F. H., Izadikhah M. An algorithmic method to extend TOPSIS for decision-making problems with interval data. *Applied mathematics and computation*. 2006. V. 175. No. 2. P. 1375-1384.
10. Hwang C.L., Lai Y.J., Liu T.Y. A new approach for multiple objective decision making. *Computers & operations research*. 1993. V. 20. No. 8. P. 889-899.
11. Figueira J.R. ELECTRE methods: Main features and recent developments. Handbook of multicriteria analysis. 2010. P.51-89.
12. Figueira J.R., Mousseau V., Roy B. ELECTRE methods. *Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys*. 2016. P.155-185.
13. Olson D.L. Comparison of weights in TOPSIS models. *Mathematical and Computer Modelling*. 2004. V. 40. No. 7-8. P. 721-727.
14. Von Hippel P.T. Mean, median, and skew: Correcting a textbook rule. *Journal of statistics Education*. 2005.V. 13. No. 2.
15. Podvezko V.. Application of AHP technique. *Journal of Business Economics and management*. 2009. V. 2. P. 181-189.
16. Sorin N., Dzitac S, Dzitac I. Fuzzy TOPSIS: a general view. *Procedia computer science*. 2016. V. 91. P. 823-831.
17. Taherdoost H., Mohebi A. Using SMART Method for Multi-Criteria Decision Making: Applications, Advantages and Limitations. *Archives of Advanced Engineering Science*. 2024. P. 1-10.
18. Yoon K. P., Hwang C.L. Multiple attribute decision making: an introduction. Sage publications. 1995.
19. Kwangsun Y. A reconciliation among discrete compromise solutions. *Journal of the Operational Research Society*. 1987. V. 38. No. 3. P. 277-286.
20. Power D. J. Web-based and model-driven decision support systems: concepts and issues. *Americas Conference on Information Systems*, California. 2000.
21. Kozina Y., Volkova N., Horpenko D., Mobile Application for Decision Support in Multi-Criteria Problems. *IEEE Second International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP)*, Lviv, Ukraine. 2018. P. 56-59, DOI: 10.1109/DSMP.2018.8478499.



**DECISION-MAKING METHODOLOGY FOR MULTI-CRITERIA  
SELECTION PROBLEMS THROUGH ENHANCEMENT OF THE TOPSIS**Y.M. Yurchenko<sup>1</sup>, N.P.Volkova<sup>2</sup>

National Odesa Polytechnic University  
1, Shevchenko Ave., Odesa, 65044, Ukraine  
Emails: yuriy090202@gmail.com<sup>1</sup>, volkova.n.p@op.edu.ua<sup>2</sup>

This paper proposes a decision-making methodology for solving multi-criteria selection problems by enhancing the TOPSIS method. A review and comparison of multi-criteria decision-making (MCDM) methods commonly used for identifying the best solution in multi-criteria environments were conducted. The analyzed methods include AHP, MAHP, ELECTRE, TOPSIS, and SMART. The methods were compared in terms of operational efficiency, reliability, stability, and ease of implementation. The analysis revealed the advantages and disadvantages of these methods, leading to the conclusion that TOPSIS is simple to implement, exhibits high efficiency and reliability, and is widely applied across various fields for decision support. The key steps of the TOPSIS method include data normalization, constructing ideal and anti-ideal vectors, calculating distances to these vectors, and computing proximity coefficients to determine the optimal solution. However, the TOPSIS method has limitations. To address the challenge of determining the ideal and anti-ideal solutions, this paper proposes an enhancement of the method based on generalized means. A numerical experiment demonstrated that the computation time for determining the best solution depends on the type of generalized mean. The most efficient calculations were observed with the maximum and minimum means, followed by arithmetic, harmonic, and geometric means in descending order of efficiency. The developed enhanced TOPSIS method is more flexible in its configuration and can be applied to a broader range of problems, making it valuable for both researchers and practitioners in various fields.

**Keywords:** multi-criteria decision-making methods; MCDM, ELECTRE, TOPSIS, SMART, AHP