

**ДІАГНОСТУВАННЯ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ ПІДСИСТЕМ ЗА УМОВ
НЕЗАЛЕЖНОСТІ ЇХ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ТА УПРАВЛІННЯ**А. А. Савельєв¹, Л. Л. Прокоф'єва², М.А. Котолуп³^{1,2} Національний університет «Одеська політехніка»

1, Шевченка пр., Одеса, 65044, Україна

³ Фаховий коледж морського транспорту Національного університету
«Одеська морська академія»

40/42, Маразліївська, 65014, Україна

Emails: savieliev.a.a@op.edu.ua ¹, prokofieva@op.edu.ua², marinakstvdi@gmail.com³

Сучасна практика розробки технічних систем, і електротехнічних зокрема, показує, що їх надійність закладається на стадії проектування та забезпечується на стадії виробництва. Недосконалість технології виробництва та порушення режимів експлуатації можуть спричинити появу різного роду дефектів у готових системах. Таким чином, діагностування технічного об'єкта (системи) обов'язково має бути присутнім на всіх етапах його життєвого циклу. Тому, різноманітні роботи щодо забезпечення процесу діагностування технічної системи проводяться при її розробці, виготовленні, випробовуваннях та експлуатації. При цьому мета діагностування полягає у підтриманні необхідного рівня показників технічного стану системи. На стадії проектування основною задачею діагностування є забезпечення можливості потенціального діагностування системи, що проектується, а на стадії виробництва та експлуатації — поточний контроль її працездатності. Постійне зростання складності технічних систем, пов'язане зі збільшенням та ускладненням виконуваних функцій, удосконаленням технології виробництва, підвищенням вимог до показників якості тощо, призводить до ускладнення методів та засобів діагностування, які забезпечують необхідні властивості систем. Для діагностування електротехнічних пристроїв використовуються такі методи як: периферійне сканування, технологія автоматичної генерації зразків, вбудоване само сканування, а також методи параметричної ідентифікації, методи контролю несправностей, методи оцінювання тощо. Багатьом з цих методів притаманні наступні недоліки: значний обсяг обчислень, необхідність доступу до всіх вузлів електричної схеми, чутливість до похибок обчислень, і, як наслідок — складність практичної реалізації. Крім того, значне поширення при діагностуванні електротехнічних пристроїв набув метод довідників, заснований на віднаходженні з множини значень напруг або струмів в контрольних точках тих з них, які ближчі за все до значень, отриманих при вимірюванні в пристрої, що діагностується. Незважаючи на значні досягнення в області діагностування технічного стану систем, на теперішній час визначальною залишається актуальність теоретичних досліджень та практичного застосування методів діагностування як основи щодо забезпечення необхідних показників якості систем (і електротехнічних, зокрема) та підвищення достовірності оцінок технічного стану останніх. Розглянуто та досліджено умови незалежних спостереження та управління, які забезпечують можливість проведення діагностичного експерименту без виведення контрольованої системи з експлуатації.

Ключові слова. Діагностування, діагностичний експеримент, методи діагностики, умови працездатності, незалежне спостереження, незалежне управління, технічна система.

Вступ. Діагностування працездатного стану технічних, зокрема електротехнічних пристроїв (ЕП) різного призначення являє собою важливу наукову та прикладну задачу. В постановочному плані і в процесі реалізації дана задача суттєво ускладнюється необхідністю отримання оцінок стану об'єкта, що діагностується, безпосередньо в робочих режимах роботи. Особливо актуально вказаний аспект рішення задачі діагностування полягає для пристроїв, які не підлягають виведенню з експлуатації. Наприклад, це стосується елементів аварійної сигналізації; компонентів

диспетчерського управління, що не мають резервування, а також пристроїв, які працюють у автономному режимі (зокрема, зонди атмосферного та водного простору) тощо.

Відомі на поточний час методи функціонування та тестового діагностування характеризуються низкою суттєвих недоліків. Так, методи функціонального діагностування [1— 8] обмежені можливістю проведення діагностичного експерименту (наприклад, через необхідність формування на вході об'єкта довільного тестового сигналу), що суттєво знижує ефективність діагностування. Методи тестового діагностування [9, 10], в свою чергу, потребують виведення з експлуатації об'єкт, який діагностується, що не дозволяє використовувати дані методи безпосередньо в ході робочого циклу. Зазначені недоліки призводять до необхідності розвитку методів діагностування, які забезпечують, з одного боку — максимальну повноту отримуваної оцінки результату діагностування, а з іншого боку — проведення діагностичного експерименту безпосередньо в процесі експлуатації об'єкта, в якості якого може розглядатися широкий клас ЕП.

Мета роботи. Визначення умов незалежних спостереження та управління при проведенні діагностичного експерименту для ЕП, які являють собою безінерційні системи (підсистеми) або системи, опис яких формалізовано у вигляді передаточних функцій.

Основна частина. При розв'язуванні задач діагностування за звичай [11, 12] розглядаються окремо об'єкти діагностування зі *спрямованим* (системи) та *не спрямованим* (ланцюги) розповсюдженням сигналів. До перших відносяться, наприклад, неперервні системи управління, а до других — електричні ланцюги. В практичних додатках значне поширення набули безінерційні системи, час перехідних процесів в яких $\tau_{\text{пн}} \rightarrow 0$. Саме поширеність безінерційних систем зумовлює інтерес до їх діагностування.

1. Діагностування підсистем в безінерційних системах, які мають властивість незалежного спостереження. Розглянемо безінерційні системи, у яких залежність вихідного сигналу системи від вихідних сигналів підсистем, що перевіряються (діагностуються) лінійна. В цьому випадку опис систем зі справною підсистемою S_j можна представити наступним чином:

$$\mathbf{y} = A(\mathbf{u}) + \mathbf{L}_j(\mathbf{u}) \Delta \mathbf{Z}_j, \quad (1)$$

де $\mathbf{y}$ — сигнал на виході несправної системи; $\mathbf{u}$ — сигнал на вході несправної системи; A — оператор, який описує справну систему; $\mathbf{L}_j(\mathbf{u}) = \partial \mathbf{y} / \partial \mathbf{Z}_j$ — матриця функцій чутливості; $\Delta \mathbf{Z}_j = \mathbf{Z}_j - \mathbf{Z}_j^*$ — зміна сигналу на виході несправної підсистеми у порівнянні з її справним станом при одному й тому ж сигналі на вході.

З викладеного вище можна записати

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{L}_j(\mathbf{u}) \Delta \mathbf{Z}_j. \quad (2)$$

Несправна система є спостережною тоді і тільки тоді, коли існує таке $\mathbf{u}$, що

$$\text{rang} \mathbf{L}_j(\mathbf{u}) = n_j,$$

де n_j — розмірність вектора $\mathbf{Z}_j$.

Пошук несправної підсистеми здійснюється послідовною перевіркою гіпотез H_i :

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{L}_i(\mathbf{u}) \Delta \mathbf{Z}_i; \quad i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

де N — число підсхем, які перевіряються.

Рівняння (3) являє собою діагностичне рівняння при перевірці гіпотези H_i . Перевірка гіпотези H_i полягає у перевірці спільності рівнянь (3). Якщо рівняння (3)

спільні, то гіпотеза H_i приймається, і підсистема S_i вважається несправною. Якщо рівняння (3) неспільні, то гіпотеза H_i не приймається та перевіряється чергова гіпотеза.

Підсистеми S_i, S_j не є такими, що розрізняються, в тому і тільки тому випадку, якщо при несправній підсистемі S_j існує таке значення ΔZ_i , що

$$\mathbf{L}_i(\mathbf{u})\Delta Z_i = \mathbf{L}_j(\mathbf{u})\Delta Z_j, \quad (4)$$

тобто для $\forall \mathbf{u}$ та $\forall \Delta Z_j \exists \Delta Z_i$ таке, що $\mathbf{L}_i(\mathbf{u})\Delta Z_i = \mathbf{L}_j(\mathbf{u})\Delta Z_j$.

Аналіз умов, при яких не виконується рівність (4) дозволяє встановити критерії, за якими підсистеми не розрізняються.

Визначення 1.1. Підсистеми S_i, S_j називаються підсистемами з *незалежним спостереженням* при гіпотезі H_i , якщо підсистема S_i є спостережною та існує таке $\mathbf{u}$, що умова (4) не виконується для всіх ΔZ_i та ΔZ_j , тобто

$$\exists \mathbf{u}, \forall \Delta Z_i \forall \Delta Z_j \mathbf{L}_i(\mathbf{u})\Delta Z_i \neq \mathbf{L}_j(\mathbf{u})\Delta Z_j.$$

Підсистеми S_i, S_j мають незалежні спостереження при гіпотезі H_i в тому і лише в тому випадку, якщо існує таке значення $\mathbf{u}$, що

$$\text{rang}[\mathbf{L}_i(\mathbf{u}) \vdots \mathbf{L}_j(\mathbf{u})] = n + \text{rang}[\mathbf{L}_j(\mathbf{u})]. \quad (5)$$

Доведення. Розглянемо наступні лінійні простори

$$P_i = \{\Delta Z_i\}, \quad P_j = \{\Delta Z_j\},$$

які за допомогою операторів $\mathbf{L}_i(\mathbf{u})$ та $\mathbf{L}_j(\mathbf{u})$ відображаються в просторах Q_i та Q_j

$$\mathbf{L}_i(\mathbf{u}): P_i \rightarrow Q_i, \quad \mathbf{L}_j(\mathbf{u}): P_j \rightarrow Q_j.$$

Очевидно, виходячи з властивостей лінійних операторів, можна стверджувати, що

$$\dim P_i = n_i; \quad \dim P_j = n_j,$$

$$\dim Q_i = \text{rang}[\mathbf{L}_i(\mathbf{u})]; \quad \dim Q_j = \text{rang}[\mathbf{L}_j(\mathbf{u})].$$

Розглянемо простір P векторів $[\Delta Z_i^T \vdots \Delta Z_j^T]^T$ та оператор $\mathbf{L}(\mathbf{u}) = [\mathbf{L}_i(\mathbf{u}) \vdots \mathbf{L}_j(\mathbf{u})]$, який здійснює відображення

$$\mathbf{L}(\mathbf{u}): P \rightarrow Q,$$

звідки маємо

$$\dim Q = \text{rang}[\mathbf{L}(\mathbf{u})].$$

Легко можна показати, що

$$Q_i \subset Q \quad \text{та} \quad Q_j \subset Q.$$

Таким чином, маємо

$$\dim Q \leq \dim Q_i + \dim Q_j.$$

Нехай

$$\forall \Delta Z_i \forall \Delta Z_j \mathbf{L}_i(\mathbf{u})\Delta Z_i = \mathbf{L}_j(\mathbf{u})\Delta Z_j.$$

тобто підсистеми S_i, S_j є такими, що спостерігаються незалежно.

Тоді $Q_i \cap Q_j = \{0\}$.

Тобто, справедливо сувора рівність

$$\dim Q = \dim Q_i + \dim Q_j,$$

а це означає, що

$$\text{rang}[\mathbf{L}(\mathbf{u})] = \text{rang}[\mathbf{L}_i(\mathbf{u})] + \text{rang}[\mathbf{L}_j(\mathbf{u})].$$

Враховуючи, що $\text{rang}[\mathbf{L}_i(\mathbf{u})] = n_i$ отримаємо

$$\mathbf{L}(\mathbf{u}) = n_i + \text{rang}[\mathbf{L}_j(\mathbf{u})]$$

і навпаки, якщо

$$\text{rang}[\mathbf{L}(\mathbf{u})] = \text{rang}[\mathbf{L}_i(\mathbf{u})] + \text{rang}[\mathbf{L}_j(\mathbf{u})],$$

$$\dim Q = \dim Q_i + \dim Q_j$$

то, відповідно

$$Q_i \cap Q_j = \{0\},$$

а, значить, виконується нерівність

$$\forall \Delta Z_i \quad \forall \Delta Z_j \quad \mathbf{L}_i(\mathbf{u}) \Delta Z_i \neq \mathbf{L}_j(\mathbf{u}) \Delta Z_j.$$

Для забезпечення властивості незалежного спостереження підсистем S_i , S_j в загальному випадку необхідно $n_i + n_j$ контрольних точок. Однак вектори ΔZ_i та ΔZ_j можуть бути лінійно незалежними (з урахуванням конкретного значення ΔZ_j) при $n+1$ в контрольній точці, якщо виконується умова [13]

$$\text{rang}[\mathbf{L}_i(\mathbf{u}_k) \vdots \mathbf{l}_{j,k}(\mathbf{u}_k)] = n_i + 1; \quad k = \overline{1, n_j}, \quad (6)$$

де $\mathbf{l}_{j,k}$ — k -й стовпчик матриці $\mathbf{L}_j(\mathbf{u})$.

Якщо матриці $\mathbf{L}_i(\mathbf{u})$, $\mathbf{L}_j(\mathbf{u})$ є функціями сигналів на виході системи і можуть змінюватися в процесі діагностичного експерименту, то вірогідність появи для різних значень $\mathbf{u}$ таких значень ΔZ_j , що за умови (6) вектор $\mathbf{L}_j(\mathbf{u}) \Delta Z_j$ є лінійно залежним з матрицею $\mathbf{L}_i(\mathbf{u})$ мала. Якщо цією вірогідністю можна знехтувати (що на практиці часто має місце), то умову (6) можна прийняти в якості критерію незалежності спостережень підсистем.

Справедливим можна вважати наступне твердження [12]: якщо підсистеми S_i , S_j мають незалежні спостереження, то вони є такими, що розрізняються.

Процедура діагностування підсистем, що спостерігаються незалежно, полягає у перевірці спільності систем діагностичних рівнянь, що відповідають гіпотезам, які перевіряються. Якщо система діагностичних рівнянь спільна, то відповідна їй гіпотеза приймається, якщо не спільна — відкидається.

2. Діагностування систем, які задано передаточними функціями. При описі систем широко застосовується апарат передаточних функцій. Щодо задач діагностування будемо мати на увазі наступне.

Нехай справну систему задано у вигляді структурної схеми. Будемо розглядати підсистеми, які мають скалярними входом та виходом, залежність між якими описується відомою передаточною функцією виду $W(p) = Z_i(p)/V_i(p)$, де $Z_i(p)$, $V_i(p)$ — зображення за Лапасом сигналу $Z_i(t)$ на виході та сигналу $V_i(t)$ на вході підсистеми.

Будемо вважати, що несправності можливі лише тільки в одній підсистемі, несправність змінює передаточну функцію підсистеми на невідому залежність між її входом та виходом. В частковому випадку несправна підсистема може описуватися невідомою передаточною функцією. Тоді несправності не виводять систему, що діагностується, з класу лінійних систем.

Задача полягає в тому, щоб маючи опис справної системи та наявними реалізаціями вхідних та вихідних сигналів системи, що діагностується, визначити несправну підсистему.

Підсистеми у лінійній системі при структурних несправностях можуть мати тільки дві з трьох діагностичних властивостей: незалежними спостереженнями та

незалежними управліннями. Тому аналіз властивість бути діагностованою для підсистеми зводиться до визначення цих властивостей у різноманітних пар підсистем. Для підсистем, які володіють якоюсь властивістю, використовується відповідний метод діагностування.

Спочатку розглянемо підсистеми з незалежним спостереженням. Передаточну функцію від виходу $Z_i(p)$ несправної підсистеми S_i до виходу всієї системи y_k (як і раніше — скалярної величини) позначимо як $W_{i,k}$ (для спрощення запису тут, і у подальшому, крім обумовлених випадків, символом p , що позначає зображення при запису передаточних функцій, будемо нехтувати).

Залежність вихідного сигналу всієї системи від вихідного сигналу підсистеми S_i має вигляд

$$y_k(p) = W_{i,k} Z_i(p), \quad k = \overline{1, n}.$$

Несправна підсистема S_i є такою, що спостерігається, в тому і лише в тому випадку, якщо існує вихід системи y_k , відносно якого передаточна функція $W_{i,k}$ має зворотну $W_{i,k}^{-1}$. Підсистеми S_i та S_j є такими, що не розрізняються при гіпотезі H_i , лише в тому випадку, якщо при несправній підсистемі S_j існує таке значення ΔZ_i , що

$$L_i(u) \Delta Z_i = L_j(u) \Delta Z_j, \quad u \in D_u,$$

де оператори L_i та L_j задають класи несправностей в підсистемах S_i та S_j , відповідно.

Останнє рівняння для випадку опису підсистеми у вигляді передаточних функцій записується наступним чином:

$$\begin{bmatrix} W_{i,1} \\ \vdots \\ W_{i,n} \end{bmatrix} Z_i(p) = \begin{bmatrix} W_{j,1} \\ \vdots \\ W_{j,n} \end{bmatrix} Z_j(p). \quad (7)$$

Твердження 2.1. Підсистеми S_i та S_j мають незалежні спостереження відносно деяких виходів системи Z_a , Z_δ при гіпотезі H_i , якщо підсистема S_i є такою, що спостерігається та

$$W_{i,a} W_{j,\delta} \neq W_{j,a} W_{i,\delta}. \quad (8)$$

Доведення. Слід довести, що при заданому $Z_j(p)$ не існує $Z_i(p)$, яке задовольняє рівності (7).

Оскільки S_i є такою, що спостерігається, то хоча б для однієї передаточної функції $W_{i,a}$, $W_{i,\delta}$ існує зворотна функція. Нехай існує $W_{i,a}^{-1}$. Тоді з (8) отримаємо

$$Z_i(p) = W_{i,a}^{-1} W_{j,a} Z_j(p). \quad (9)$$

Очевидно, що значення $Z_i(p)$, яке отримано відносно виходу Z_a , повинно задовольняти і рівнянню, яке відповідає виходу системи Z_δ (δ -й рядок системи рівнянь (7)). Підставимо (9) в δ -й рядок (7), тоді

$$W_{i,\delta} W_{i,a}^{-1} W_{j,a} Z_j(p) = W_{j,\delta} Z_j(p). \quad (10)$$

Рівність (10) існує тільки у тому випадку, якщо $W_{i,\delta} W_{i,a}^{-1} W_{j,a} = W_{j,\delta}$ або $W_{i,\delta} W_{j,a} = W_{i,a} W_{j,\delta}$. Але ця рівність відповідно до умови (8) не існує, тобто, не виконується і рівність (10), тобто при заданому $Z_j(p)$ не існує значення $Z_i(p)$, яке задовольняє виразу (7).

Незалежність спостережень підсистем зумовлюється структурою та параметрами системи. Для систем, заданих передаточними функціями, зручно спочатку

провести аналіз системи в символьному вигляді. При цьому передаточні функції виразу (8) визначаються у загальному вигляді відповідно до алгебри структурних схем по передаточних функціях, заданих символами $W_1, \dots, W_n$. Аналіз в символьному вигляді дозволяє поставити необхідні умови лінійної незалежності спостережень підсистем та достатні умови їх залежності.

Якщо встановлено, що умова (8) при символьному аналізі виконується, то слід цю умову перевірити для конкретних моделей підсистем, що дозволяє остаточно встановити незалежність спостережень підсистем.

Якщо при символьному аналізі умова (8) не виконується, то підсистеми S_i та S_j мають незалежні спостереження і подальший аналіз не проводиться.

Очевидно, що підсистеми с незалежним спостереженням є такими, що розрізняються для широкого класу несправностей, причому, метод діагностування підсистем с незалежним спостереженням полягає у перевірці сумісності системи діагностичних рівнянь, складеної для кожної з гіпотез.

Далі розглянемо підсистеми з *незалежним управлінням*. Нехай система, що діагностується, має m входів та один вихід. Як і раніше, будемо розглядати підсистеми зі скалярними входом та виходом.

Передаточну функцію від входу системи $u_k(p)$ до входу $V_i(p)$ несправної підсистеми S_i позначимо через $V_{i,k}(p)$ (далі використовується позначення $V_{i,k}$, в силу зробленого вище зауваження), для якої приймемо $V_{i,k} = (V_{i,1}, \dots, V_{i,m})$. В справній частині системи виділимо, в свою чергу, підсистему S_j . Передаточну функцію від входу системи $u_k(p)$ до входу цієї підсистеми $V_j(p)$ позначимо через $V_{j,k}^i$, де $V_{j,k}^i = (V_{j,1}^i, \dots, V_{j,m}^i)$.

Варіацію вхідних сигналів системи $\Delta u(p)$, що забезпечує варіацію вхідного сигналу підсистеми S_i при незмінному вхідному сигналі підсистеми S_j при гіпотезі H_i , отримаємо з системи рівнянь

$$\begin{bmatrix} \Delta V_i(p) = 0 \\ \Delta V_j(p) \neq 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_i \\ V_j^i \end{bmatrix} \Delta u(p) \quad (11)$$

при умові, що

$$\text{ранг} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j^i \end{bmatrix} = 2. \quad (12)$$

Для проведення подальших розмірковувань, зазначимо, що дієвим шляхом локалізації несправних підсистем може розглядатися метод *навчаючих* та *перевірочних* характеристик (метод НПХ) [13 — 16]. Пошук несправної підсистеми за допомогою методу НПХ зводиться до почергового розгляду гіпотез H_i щодо несправності підсистеми S_i . Якщо деяка гіпотеза H_i приймається, то підсистема S_i вважається несправною.

Для перевірки гіпотези H_i виділяються *навчаючі* $N_{\text{навч}}$ та *перевірочні* $N_{\text{пер}}$ множини контрольованих сигналів, що задовольняють умові:

$$N_{\text{навч}} \cap N_{\text{пер}} \neq N_{\text{пер}}.$$

Надалі скористаємося застосуванням методу НПХ щодо розгляду властивостей незалежних спостереження та управління при діагностуванні підсистем ЕП.

Тоді, перед перевіркою гіпотези H_i запишемо $u^{\text{пер}}(p) = u^{\text{навч}}(p) + \Delta u(p)$. Значення $\Delta u(p)$ визначається з системи рівнянь (2.21) для заданого значення $\Delta V_j(p)$.

Процедура перевірки гіпотези H_i наступна.

1. При $u^{\text{навч}}(p)$ визначається $\Delta u^{\text{навч}}(p)$.
2. Система встановлюється у вихідний початковий стан і при $u^{\text{пер}}(p)$ визначається $u^{\text{пер}}(p)$.
3. Якщо $\Delta u^{\text{пер}}(p) = \Delta u^{\text{навч}}(p)$, то гіпотеза H_i приймається і підсистема S_i вважається несправною.

Приклад 2.1. Нехай підсистеми $S_1, \dots, S_4$ деякої системи, що діагностується, описуються передаточними функціями:

$$W_1 = 1/p, \quad W_2 = 2/p^2, \quad W_3 = 2, \quad W_4 = 3.$$

Несправною може бути одна з підсистем, опис якої змінюється непередбачуваним чином. Вважаємо, що є можливість встановлення несправної підсистеми в деякий початковий стан. В даному випадку початковий стан справних підсистем — нульовий, несправної підсистеми — довільний, постійний. Слід, маючи вхідні та вихідні сигнали системи, визначити несправну підсистему в режимі тестового діагностування.

Дослідимо незалежність управлінь (властивість розрізнювання) підсистем $S_1, \dots, S_4$. Властивість розрізнювання при гіпотезі H_i встановлюється шляхом аналізу залежності вхідних сигналів підсистем при віддаленій підсистемі S_i . Аналіз незалежності управлінь підсистем проведемо в символьному вигляді. Таке дослідження дозволяє встановити достатні умови залежності управлінь підсистем та необхідні умови їх незалежності. Остаточно незалежність управлінь встановлюється заміною позначень передаточних функцій конкретними залежностями.

При гіпотезі H_1 (видаляється підсистема S_1)

$$V_{1,1} = 1, \quad V_{1,2} = 0, \quad V_{2,1}^1 = 0, \quad V_{2,2}^1 = \frac{1}{1 - W_2 W_3 W_4},$$

$$V_{3,1}^1 = 0, \quad V_{3,2}^1 = \frac{W_2}{1 - W_2 W_3 W_4}, \quad V_{4,1}^1 = 0, \quad V_{4,2}^1 = \frac{W_2 W_3}{1 - W_2 W_3 W_4}.$$

Маємо $V_{1,1} V_{k,2}^1 \neq V_{1,2} V_{k,1}^1$, $k = \overline{2,4}$, тобто, виконується (12) і підсистеми в парах $S_1 - S_k$,

$k = \overline{2,4}$ мають незалежні управління. Оскільки в матрицях $\begin{bmatrix} V_{1,1} & V_{1,2} \\ V_{k,1}^1 & V_{k,2}^1 \end{bmatrix}$, $k = \overline{2,4}$ є

нульові елементи ($V_{1,2} = V_{2,1}^1 = V_{3,1}^1 = V_{4,1}^1 = 0$), то незалежність управлінь зумовлюється структурою схеми і зберігається при будь-якому описі підсистем. Таким чином, якщо гіпотеза H_1 приймається, то несправна підсистема S_1 , якщо не приймається ($\bar{H}_1$), то слід перевірити підсистеми S_2, S_3, S_4 .

Аналогічним чином при гіпотезі H_2 отримуємо:

$$V_{1,1}^2 = 1, \quad V_{1,2}^2 = 0: \quad V_{3,1}^2 = W_1, \quad V_{3,4}^2 = V_{4,2}^2 = 0, \quad V_{4,1}^2 = W_1 W_3.$$

$$V_{2,1} = W_1 W_2 W_3, \quad V_{2,2} = 1,$$

Маємо $V_{2,1} V_{k,2}^2 \neq V_{2,2} V_{k,1}^2$, $k = \overline{1,3,4}$. Тобто, при перевірці гіпотези H_2 множина підсистем розбивається на дві підмножини: $\{S_2\}$ — якщо гіпотеза H_2 приймається, $\{S_1, S_3, S_4\}$ — якщо не приймається.

При гіпотезі H_3 отримуємо $V_{1,1}^3 = 1$, $V_{1,2}^3 = V_{2,1}^3 = V_{4,1}^3 = V_{4,2}^3 = 0$, $V_{2,2}^3 = 1$, $V_{3,1} = W_1$, $V_{3,2} = W_2$. Оскільки $V_{4,1}^3 = V_{4,2}^3 = 0$, то підсистема S_4 при гіпотезі H_3 не має управлінь, а

підсистеми S_3 , S_4 — є такими, що не розрізняються. Цей же висновок витікає з рівності $V_{3,1} V_{4,2}^3 = V_{3,2} V_{4,1}^3$. Підсистеми в парах $S_3 - S_1$, $S_3 - S_2$ мають незалежні управління і, таким чином, їх можна розрізнити, оскільки $V_{3,1} V_{1,2}^3 \neq V_{3,2} V_{4,1}^3$, $V_{3,1} V_{2,2}^3 \neq V_{3,2} V_{2,1}^3$. При перевірці гіпотези отримаємо наступне розбиття множини підсистем: $\{S_3, S_4\}$ — якщо гіпотеза H_3 приймається, $\{S_1, S_2\}$ — якщо не приймається.

Модель справної системи

$$y^*(p) = \frac{W_1 W_3}{1 - W_2 W_3 W_4} u_1(p) + \frac{W_2 W_3}{1 - W_2 W_3 W_4};$$

$$u_2(p) = \frac{2p}{p^2 - 12} u_1(p) + \frac{4}{p^2 - 12} u_2(p).$$

Несправна система описується залежністю (нам невідомою)

$$y(p) = \frac{W_1 W_3}{1 - \tilde{W}_2 W_3 W_4} u_1(p) + \frac{\tilde{W}_2 W_3}{1 - \tilde{W}_2 W_3 W_4};$$

$$u_2(p) = \frac{2p^2}{p^2 - 6} u_1(p) + \frac{2}{p^3 - 6} u_2(p).$$

$$\Delta y(p) =$$

$$= y(p) - y^*(p) = \frac{2p}{p^5 - 12p^3 - 6p^2 + 72} \times \times [(-12p + 6)u_1(p) + (-2p^2 + p)u_2(p)].$$

Перевіримо гіпотезу H_3 . Всі розрахунки будемо перевіряти в просторі зображень перетворень по Лапласу.

Варіацію вхідних сигналів системи, які забезпечують незмінність вхідних сигналів підсистеми S_3 і варіацію вхідних сигналів підсистеми S_1 , отримаємо з системи рівнянь

$$\begin{bmatrix} \Delta V_3(p) = 0 \\ \Delta V_1(p) = \frac{2}{p^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{3,1} & V_{3,2} \\ V_{1,1}^3 & V_{1,2}^3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta u_1(p) \\ \Delta u_2(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{p} & \frac{2}{p^2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta u_1(p) \\ \Delta u_2(p) \end{bmatrix}.$$

$$\text{Маємо } \Delta u_1(p) = \frac{2}{p^2}, \Delta u_2(p) = -\frac{1}{p}.$$

Задавши $u_1^{\text{навч}}(p) = 1/p$, $u_2^{\text{навч}}(p) = 2/p$, отримаємо

$$u_1^{\text{пер}}(p) = u_1^{\text{навч}}(p) + \Delta u_1(p) = (p + 2)/p, \quad u_2^{\text{пер}} = 1/p.$$

Процедура перевірки гіпотези H_3 наступна.

$$1. \text{ При } u^{\text{навч}}(p) \text{ отримаємо } \Delta y^{\text{навч}}(p) = \frac{-8p^4 - 20p^3 + 12}{p^5 - 12p^3 - 6p^2 + 72}.$$

2. Встановивши систему в вихідний початковий стан, при $u^{\text{пер}}(p)$ отримаємо

$$\Delta y^{\text{пер}}(p) = \frac{-4p^3 - 22p^2 - 36p + 24}{p^6 - 12p^4 - 6p^3 + 72p}.$$

3. Оскільки $\Delta y^{\text{пер}}(p) \neq \Delta y^{\text{навч}}(p)$, то гіпотеза H_3 не приймається, і на несправність підозрюються підсистеми S_1 , S_2 .

Аналогічним чином перевіряються гіпотези H_1 , H_2 . З них приймається тільки гіпотеза H_2 і підсистема S_2 вважається несправною.

Якщо в підсистемах допускаються лише параметричні несправності, то процедура діагностування полягає в перевірці сумісності перевизначеної системи діагностичних рівнянь, які складено відносно параметрів підсистеми. Яка перевіряється. Перевизначена система діагностичних рівнянь формується відповідним вибором контрольних точок або входних сигналів системи. Якщо підсхеми мають незалежні спостереження або управління, то можна спочатку визначити несправну підсистему, а потім оцінити значення її параметрів.

3. Діагностування лінійних систем в просторі станів. Представлення динамічних систем в просторі станів з дискретними змінними дозволяє провести формалізацію процедур аналізу та діагностування складних багатовимірних замкнутих систем, зручну для числової реалізації засобами обчислювальної техніки та, крім того, дозволяє з єдиних позицій розглядати лінійні та нелінійні системи, а також стаціонарні та нестаціонарні системи.

Проблема, яка виникає при числовому аналізі та діагностуванні динамічних систем, полягає в урахуванні затримок сигналів від виходів підсистеми до виходів системи в цілому. Вона (проблема) вирішується виділенням шляхів проходження сигналів від виходів підсистеми, яка діагностується, та виходом системи на кожному такті реалізації рівнянь, що описують систему.

3.1. Підсистеми з незалежним спостереженням. Дамо спочатку постановку задачі діагностування систем з незалежним спостереженням при її формалізації у просторі станів.

Постановка задачі. Справна система, що діагностується, описується рівняннями

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^*(k+1) &= \mathbf{A} \mathbf{X}^*(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k), \\ \mathbf{X}^*(0) &= \mathbf{X}_0^*, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mathbf{y}^*(k) = \mathbf{C} \mathbf{X}^*(k), \quad (14)$$

де $\mathbf{X}^*$ — вектор стану системи розмірності n ; $\mathbf{u}$, $\mathbf{y}^*$ — вектори входних та вихідних сигналів, що вимірюються, відповідно; $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ — відомі матриці відповідно розмірностей $n \times n$, $n \times q$, $r \times n$; k — номер рівняння в системі (13).

В системі, що діагностується, може бути виділено підсистеми, кожна з яких описується певною сукупністю рівнянь з системи рівнянь (13).

Одна з підсистем може бути несправною. В результаті несправностей підсистема може стати нелінійною, нестаціонарною, змінити свій порядок та початковий стан. Необхідно, маючи за наявні моделі (13) та (14), сигнали на вході та виході системи, що діагностується, визначити несправну підсистему.

Модель несправної системи. Несправну систему представимо такою, що складається зі справної та несправної підсистем. Несправна підсистема описується невідомою залежністю $\mathbf{Z}_i(k+1) = \mathbf{f}_i[\mathbf{V}_i(k)]$, де $\mathbf{Z}_i$, $\mathbf{V}_i$ — вектори сигналів на вході та виході підсистеми відповідно розмірностей r_i та m_i .

Для опису справної підсистеми видалимо з системи рівнянь (13) рівняння, що описують підсистему S_i . Крім того, виділимо шляхи проходження сигналів на виході справної та несправної підсистем. При цьому матриця $\mathbf{A}$ перетворюється в матриці $\mathbf{A}_i$, $\mathbf{N}_i$, а матриця $\mathbf{C}$ — в матриці $\mathbf{C}_i$, $\mathbf{P}_i$.

Нехай (для конкретності подальших розмірковувань) справна частина системи описується наступним чином:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_i(k+1) &= \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i(k) + \mathbf{N}_i \mathbf{Z}_i(k) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(k), \\ \mathbf{V}_i(k) &= \mathbf{R}_i \mathbf{X}_i(k) + \mathbf{G}_i \mathbf{u}(k), \\ \mathbf{Y}_i(k) &= \mathbf{C}_i \mathbf{X}_i(k) + \mathbf{P}_i \mathbf{Z}_i(k), \end{aligned} \right\}, \quad (15)$$

де $\mathbf{X}_i$ — вектор змінних стану справної підсистеми, $\mathbf{Y}_i$ — вектор сигналів системи на виході при несправній підсистемі S_i .

Вектор $\mathbf{X}_i$ сформовано з $\mathbf{X}^*$ заміною нулями компонент, що відповідають змінним стану справної підсистеми S_i . Вектор $\mathbf{Z}_i$ сформовано з вектору $\mathbf{X}^*$ заміною нулями компонент, що не є змінними на виході справної підсистеми S_i (вихідні сигнали справної підсистеми S_i в нашому випадку являють собою компоненти вектору змінних стану $\mathbf{X}^*$).

Формально матриці $\mathbf{A}_i$, $\mathbf{N}_i$ можна отримати з матриць $\mathbf{A}$, а $\mathbf{B}_i$ з $\mathbf{B}$ заміною нулями рядків, що описують справну підсистему S_i . Крім того, в матриці $\mathbf{A}_i$ нулями замінено всі стовпчики, елементи яких не являють собою співмножники змінних стану $\mathbf{X}_i$ справної підсистеми, в матриці $\mathbf{N}_i$ нулями замінено всі стовпчики, елементи яких не являють собою співмножники вектору змінних $\mathbf{Z}_i$.

Матрицю $\mathbf{C}_i$ отримано з матриці $\mathbf{C}$ заміною нулями стовпців, елементи яких не є співмножниками вектору змінних стану $\mathbf{X}_i$, а матрицю $\mathbf{P}_i$ отримано з матриці $\mathbf{C}$ заміною нулями стовпців, елементи яких не є співмножниками вектору змінних $\mathbf{Z}_i$.

Матриця $\mathbf{R}_i$, $m_i \times n$, виділяє з $\mathbf{X}_i$ (у відповідних клітинках матриці стоять одиниці) компоненти, які є сигналами на вході несправної підсистеми S_i .

Матриця $\mathbf{G}_i$, $m_i \times q$, виділяє з $\mathbf{u}$ у відповідних клітинках матриці стоять одиниці) компоненти, які є сигналами на вході справної підсистеми S_i .

В описі справної підсистеми несправної системи вектори та матриці формуються заміною нулями компонент, а не їх видаленням з первинних векторів та матриць для того, щоб спростити дотримання розмірностей при аналізі в матричному вигляді.

Властивості спостереження та розрізнення підсистем.

Визначення 3.1. Несправну підсистему S_i будемо називати такою, що має *властивість спостереження*, якщо за вимірюваннями сигналів на вході та виході системи можна визначити сигнал на її виході $\mathbf{Z}_i(0)$.

Можливі дві ситуації:

- початковий стан справної системи відомий;
- початковий стан справної системи невідомий (стан несправної підсистеми завжди відомий).

Отримаємо критерій можливості спостереження несправної підсистеми S_i при відомому початковому стані $\mathbf{X}_i(0)$ справної системи.

Як витікає з (15), вихідні сигнали системи з несправною підсистемою S_i визначаються залежністю

$$\begin{bmatrix} Y_i(0) \\ Y_i(1) \\ \vdots \\ Y_i(v_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_i \\ C_i A_i \\ \vdots \\ C_i A_i^{v_i} \end{bmatrix} \mathbf{X}_i(0) + \begin{bmatrix} P_i & & & \\ C_i N_i & P_i & & \\ \vdots & & & \\ C_i A_i^{v_i-1} N_i & C_i A_i^{v_i-2} \dots P_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_i(0) \\ Z_i(1) \\ \vdots \\ Z_i(v_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & & \\ C_i B_i & 0 & & \\ \vdots & & & \\ C_i A_i^{v_i-1} B_i & C_i A_i^{v_i-2} B_i \dots C_i B_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ \vdots \\ u(v_i-1) \end{bmatrix}. \quad (16)$$

В матричному вигляді систему рівнянь (16) запишемо, дотримуючись відповідність доданків, наступним чином:

$$\begin{aligned} \Lambda_i(v_i) &= \Psi_i^{(v_i)} \mathbf{X}_i(0) + \\ &+ \Phi_i^{(v_i)} \boldsymbol{\mu}_i(v_i) + \Theta_i^{(v_i)} \mathbf{U}(v_i-1), \end{aligned} \quad (17)$$

де

$$\Lambda_i(v_i) = [Y_i(0), \dots, Y_i(v_i)]^T, \quad \mu_i(v_i) = [Z_i(0), \dots, Z_i(v_i)]^T, \\ \mathbf{U}(v_i - 1) = [u(0), \dots, u(v_i - 1)]^T.$$

Оскільки в систему рівнянь для визначення $Z_i(0)$, яка формується, не повинні входити невідомі значення $Z_i(k)$; $k \geq 1$, то з (16) і (17) необхідно виключити рівняння, які містять $Z_i(k)$; $k \geq 1$. При цьому (17) перетворюється до вигляду:

$$\Lambda_i(v_i) = \\ = \mathbf{K}_i^{(v_i)} \mathbf{X}_i(0) + \mathbf{F}_i^{(v_i)} \mathbf{Z}_i(0) + \mathbf{Q}^{(v_i)} \mathbf{U}(v_i - 1). \quad (18)$$

Позначимо

$$\Delta Z_i(0) = \Delta Z_i(0) - \Delta Z_i^*(0) \text{ та} \\ \Delta \Lambda_i(v_i) = \Lambda_i(v_i) - \Lambda_i^*(v_i). \quad (19)$$

де $\Lambda_i^*(v_i)$ — вектор сигналів на виході справної системи, що визначається шляхом розрахунку або замірів сигналів справного екземпляра системи.

З (18) випливає

$$\Delta \Lambda_i(v_i) = \mathbf{F}_i^{(v_i)} \Delta Z_i(0). \quad (20)$$

Матрицю $\mathbf{F}_i^{(v_i)}$ будемо називати *матрицею спостереження* несправної підсистеми S_i . Формально $\mathbf{F}_i^{(v_i)}$ можна отримати за наступним алгоритмом:

— сформулювати матрицю

$$\begin{bmatrix} P_i \\ \hline C_i N_i \\ \hline \vdots \\ \hline C_i A_i^{v_i-1} N_i \end{bmatrix},$$

— в черговій складовій матриці, яку відділено штриховими лініями, видалити рядки, що відповідають номерам ненульових рядків попередніх складових матриць (в даному випадку для зберігання розмірності матриць з метою забезпечення зручності їх співставлення рядки не видаляються, а замінюються прочерком).

Твердження 3.1. Підсистема S_i є такою, що характеризується властивістю спостереження в тому і тільки в тому випадку, якщо існує таке значення v_i , що ранг $\mathbf{F}_i^{(v_i)} = n_i$.

Справедливість твердження витікає з умови можливості розв'язування рівняння (20) відносно $\Delta Z_i(0)$.

Рівняння, складене відносно величини, яка оцінюється, будемо називати діагностичним. В даному випадку діагностичним є рівняння (20).

Позначимо через H_i гіпотезу про те, що несправною є підсистема S_i . Гіпотеза H_i перевіряється шляхом формування діагностичного рівняння (20) і перевірки його сумісності. Якщо рівняння (20) сумісне, то гіпотеза H_i приймається і підсистема S_i вважається несправною, якщо не сумісне, то гіпотеза H_i не приймається.

Будемо говорити, що підсистеми S_i , S_j є такими, що *не розрізняються*, якщо гіпотеза H_i приймається як при несправній підсистемі S_i , так і при несправній підсистемі S_j .

Рівняння (20) складено відносно $\mathbf{Z}_i(0)$ на відрізку часу $[0, \nu_i]$. Для впевненого розпізнавання гіпотези може знадобитися перевірка сумісності діагностичного рівняння, складеного відносно $\mathbf{Z}_i(\eta)$ на відрізку $[\eta, \eta + \nu_i]$, $\eta \geq 0$ при $\Delta\Lambda_i(\eta + \nu_i) \neq 0$.

Підсистеми S_i, S_j є такими, що не розрізняються в тому і лише в тому випадку, якщо при несправній підсистемі S_j існує таке значення $\mathbf{Z}_i(0)$, що $\Delta\Lambda_i(\nu_i) = \Delta\Lambda_{ij}(\nu_i)$, де $\Delta\Lambda_{ij}(\nu_i)$ — вектор, утворений з компонент вектора сигналів системи на виході з несправною підсистемою S_j , що відповідають компонентам вектора $\Delta\Lambda_i(\nu_i)$.

Вихідні сигнали системи з несправною підсистемою S_j описуються виразом (17) при зміні індексу i на j . При цьому $\Delta\Lambda_{ij}(\nu_i)$ визначається залежністю

$$\Delta\Lambda_{ij}(\nu_i) = \Phi_{ji}^{(\nu_i)} \Delta\mu_i(\nu_i), \quad (21)$$

де $\Phi_{ji}^{(\nu_i)}$ — матриця, отримана з матриці $\Phi_j^{(\nu_i)}$ видаленням рядків, для яких не існує компонент в векторі $\Delta\Lambda_i(\nu_i)$.

С урахуванням (20), (21) рівність $\Delta\Lambda_i(\nu_i) = \Delta\Lambda_{ij}(\nu_i)$ запишемо у вигляді

$$\mathbf{F}_i^{(\nu_i)} \Delta\mathbf{Z}_i(0) = \Phi_{ji}^{(\nu_i)} \Delta\mu_i(\nu_i). \quad (22)$$

Твердження 3.2. Підсистеми S_i, S_j є такими, що розрізняються, при гіпотезі H_i , якщо

$$\text{ранг} \left[\mathbf{F}_i^{(\nu_i)} \middle| \Phi_{ji}^{(\nu_i)} \right] = n_i + \text{ранг} \Phi_{ji}^{(\nu_i)}. \quad (23)$$

Зазначимо, що матриця $\Phi_{ji}^{(\nu_i)}$ може мати довільний ранг.

Справедливість твердження витікає з умови лінійної незалежності $\Delta\mu_i(\nu_i)$, $\Delta\mathbf{Z}_i(0)$, що визначається рівністю (22).

Визначення 3.2. Підсистеми S_i, S_j будемо називати підсистемами з незалежним спостереженням при гіпотезі H_i , якщо вектори $\Delta\mu_i(\nu_i)$, $\Delta\mathbf{Z}_i(0)$ є лінійно незалежними.

Необхідною і достатньою умовою незалежності спостережень підсистем S_i, S_j , яке забезпечує можливість їх розрізнення при гіпотезі H_i , є умова (23). Однак, якщо $\text{ранг} \left[\mathbf{F}_i^{(\nu_i)} \middle| \Phi_{ji}^{(\nu_i)} \right] > n_i$, то підсистеми S_i, S_j вже є такими, що розрізняються, для широкого класу несправностей.

Якщо початковий стан несправної підсистеми $\mathbf{X}_i(0)$ невідомий, то при діагностуванні необхідно відновити не тільки $\mathbf{Z}_i(0)$, але й $\mathbf{X}_i(0)$.

Вважаючи невідомими $\mathbf{Z}_i(0)$ та $\mathbf{X}_i(0)$, з (12) отримаємо

$$\begin{aligned} \Lambda_i(\nu_i) - \mathbf{Q}_i^{(\nu_i)} \mathbf{u}(\nu_i - 1) = \\ = \left[\mathbf{F}_i^{(\nu_i)} \middle| \mathbf{K}_i^{(\nu_i)} \right] \times \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_i(0) \\ \mathbf{X}_i(0) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (24)$$

З (18) впливає твердження.

Твердження 3.3. При невідомому початковому стані системи несправна підсистема S_i є такою, що спостерігається, в тому і лише в тому випадку, якщо існує значення ν_i таке, що

$$\text{ранг} \left[\mathbf{F}_i^{(v_i)} \middle| \mathbf{K}_i^{(v_i)} \right] = n_i + \ell_i,$$

де ℓ_i — ранг матриці $\mathbf{K}_i^{(v_i)}$, який дорівнює числу змінних стану справної підсистеми.

Гіпотеза H_i перевіряється шляхом перевірки сумісності діагностичного рівняння (24). Аналогічно (23) можна отримати умову розрізнення підсистем S_i, S_j при гіпотезі H_i для умови, коли початковий стан справної системи невідомий.

Твердження 3.4. Підсистеми S_i, S_j є такими, що розрізняються, при гіпотезі H_i , якщо

$$\text{ранг} \left[\mathbf{F}_i^{(v_i)} \middle| \mathbf{K}_i^{(v_i)} \middle| \Phi_{ji}^{(v_i)} \middle| \Psi_{ji}^{(v_i)} \right] = n_i + \ell_i + \text{ранг} \Phi_{ji}^{(v_i)} + \text{ранг} \Psi_{ji}^{(v_i)},$$

де $\Psi_{ji}^{(v_i)}$ формується подібно $\Phi_{ji}^{(v_i)}$ з матриці $\Psi_j^{(v_i)}$.

Якщо ранг

$$\left[\mathbf{F}_i^{(v_i)} \middle| \mathbf{K}_i^{(v_i)} \middle| \Phi_{ji}^{(v_i)} \middle| \Psi_{ji}^{(v_i)} \right] > n_i + \ell_i,$$

то це дає підставу вважати підсистеми S_i, S_j такими, що розрізняються при гіпотезі H_i для широкого класу несправностей.

3.2. Підсистеми з незалежним управлінням. Вхідні сигнали несправної підсистеми S_i на інтервалі $[0, \eta]$ у відповідності до (15) визначаються залежністю

$$\begin{bmatrix} V_i(0) \\ V_i(1) \\ \vdots \\ V_i(\eta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_i \\ R_i A_i \\ \vdots \\ R_i A_i^{\eta} \end{bmatrix} \mathbf{X}_i(0) + \begin{bmatrix} 0 \\ R_i N_i & 0 \\ \vdots \\ R_i A_i^{\eta-1} N_i & R_i A_i^{\eta-2} N_i \dots R_i N_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_i(0) \\ Z_i(1) \\ \vdots \\ Z_i(\eta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ R_i B_i & G_i \\ \vdots \\ R_i A_i^{\eta-1} B_i & R_i A_i^{\eta-2} B_i \dots G_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ \vdots \\ u(\eta) \end{bmatrix} \quad (25)$$

В матричному вигляді систему рівнянь (25) запишемо наступним чином:

$$\mathbf{V}_i(\eta) = \mathbf{E}_i^{(\eta)} \mathbf{X}_i(0) + \mathbf{\Gamma}_i^{(\eta)} \boldsymbol{\mu}_i(\eta-1) + \mathbf{W}_i^{(\eta)} \mathbf{U}(\eta) \quad (26)$$

Вхідні сигнали $\mathbf{V}_j(\eta)$ підсистеми S_j при гіпотезі H_i визначаються системою рівнянь (25) при заміні матриць $\mathbf{R}_i, \mathbf{G}_i$ на $\mathbf{R}_j, \mathbf{G}_j$. При цьому $\mathbf{V}_j(k)$ визначається k -м рівнянням системи (25).

Визначення 3.3. Підсистеми S_i, S_j будемо називати підсистемами з незалежним управлінням при гіпотезі H_i , якщо для кожної компоненти $V_{js}(k)$ вектора $\mathbf{V}_j(k)$ існує таке значення $k = k_s$, що змінна $V_{js}(k_s)$ лінійно незалежна з вектором $\mathbf{V}_i(\eta)$.

Для лінійно незалежних $V_i(\eta), V_{js}(k_s)$ існують сигнали на вході системи, які забезпечують зміни $V_{js}(k_s)$ при незмінному значенні $\mathbf{V}_i(\eta)$. Якщо при зміні сигналів на вході системи на $\Delta U(\eta)$ сигнали на вході підсистеми S_i не міняються, то не міняються і сигнали на її виході. При цьому сигнал на вході $\mathbf{V}_j(k_s)$ підсистеми S_j зміниться на величину $\mathbf{V}_j(k_s) = \boldsymbol{\omega}_j^i(k_s) \Delta U(k_s)$, де $\boldsymbol{\omega}_j^i(k_s) = \mathbf{G}_j$ при $k_s = 0$,

$$\boldsymbol{\omega}_j^i(k_s) = \left[\mathbf{R}_j \mathbf{A}_i^{K_s-1} B_i \middle| \dots \middle| \mathbf{R}_j B_i \middle| \mathbf{G} \right] \text{ при } k_s \geq 1.$$

Компонента $V_{j,s}(k_s)$ вектора $\mathbf{V}_j(k_s)$ зміниться на величину $\Delta V_{j,s}(k_s) = \omega_{j,s}^i(k_s) \Delta u(k_s)$ де s — рядок матриці $\omega_j^i(k_s)$.

Варіацію сигналів на вході системи $\Delta u(\ell)$, які забезпечують зміну змінної $\mathbf{V}_{j,s}(k_s)$ при незмінному значенні $\mathbf{V}_i(\eta)$, можна віднайти з наступної системи рівнянь

$$\begin{bmatrix} \Delta V_i(\eta) = \mathbf{0} \\ \Delta V_{j,s}(k_s) \neq \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_i^{(\eta)} \\ \omega_{j,s}^i(k_s) \end{bmatrix} \times \Delta u(\ell),$$

$$\ell = \max\{\eta, k_s\}, \quad (27)$$

розв'язок якої існує в тому і лише в тому випадку, якщо

$$\text{ранг} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_i^{(\eta)} \\ \omega_{j,s}^i(k_s) \end{bmatrix} = \text{ранг} \mathbf{W}_i^{(\eta)} + 1. \quad (28)$$

На підставі викладеного вище, сформулюємо твердження.

Твердження 3.5. Підсистеми S_i , S_j мають незалежні управління при гіпотезі H_i в тому випадку, якщо існують такі значення k_s , $s = \overline{1, m_j}$, для яких виконується (28).

Виділимо клас несправностей $\mathbf{L}_j$, при якому описи несправностей підсистеми S_j відрізняються від описів справної підсистеми на деяку величину (вектор), яка являє собою в загальному випадку функцію часу.

Твердження 3.6. Нехай несправності підсистеми S_j не належать класу $\mathbf{L}_j$. Підсистеми S_i , S_j розрізняються при гіпотезі H_i , якщо їх управління незалежні.

Доведення твердження 3.6 можна отримати, спираючись на результати, отримані в роботі [17]. Для перевірки гіпотези H_i сформулюємо сигнали на вході системи $\mathbf{u}^{\text{навч}}(\nu_i - 1)$, $\mathbf{u}^{\text{пер}}(\nu_i - 1)$ (навчаючі та перевірочні), які забезпечують варіацію змінної $V_{j,s}(k_s)$ при незмінному значенні $V_i(\eta)$. Ці сигнали можуть бути довільними, але повинні відрізнятися на величину $\Delta u(\ell)$, отриману з (27) для заданого значення $\Delta V_{j,s}(k_s) \neq 0$. Задавшись $\mathbf{u}^{\text{навч}}(\nu_i - 1)$, отримаємо $\mathbf{u}^{\text{пер}}(\nu_i - 1) = \mathbf{u}^{\text{навч}}(\nu_i - 1) + \Delta u(\ell)$.

Нехай існує можливість встановлення несправної системи в початковий стан, який для справної частини системи відомий, а для несправної підсистеми S_i невідомий. Тоді процедура перевірки гіпотези H_i наступна.

1. Система встановлюється у початковий стан і, при $\mathbf{u}^{\text{навч}}(\nu_i - 1)$, визначається у відповідності до (28) матриця $\Delta \Lambda_i^{\text{оо}}(\nu_i)$.
2. Система встановлюється у початковий стан і, при $\mathbf{u}^{\text{пер}}(\nu_i - 1)$ визначається $\Delta \Lambda_i^{\text{пер}}(\nu_i)$.
3. Перевіряється сумісність системи рівнянь

$$\begin{bmatrix} \Delta \Lambda_i^{\text{навч}}(\nu_i) \\ \Delta \Lambda_i^{\text{пер}}(\nu_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i^{(\nu_i)} \\ F_i^{(\nu_i)} \end{bmatrix} \times \Delta \mathbf{Z}_i(0), \quad (29)$$

що еквівалентно перевірці рівності $\Delta \Lambda_i^{\text{навч}}(\nu_i) = \Delta \Lambda_i^{\text{пер}}(\nu_i)$.

Якщо система рівнянь (29) несумісна, то гіпотеза H_i не приймається, якщо сумісна, то це не суперечить гіпотезі H_i . Для остаточної перевірки гіпотези H_i сумісність системи рівнянь (29) необхідно перевірити при сигналах на вході, які забезпечують варіацію сигналів на вході всіх підсистем, що мають з підсистемою S_i

незалежні управління. Зазначимо, що сигнали на вході $\mathbf{u}^{\text{навч}}(v_i - 1)$ та $\mathbf{u}^{\text{пер}}(v_i - 1)$, які забезпечують варіацію сигналів на вході підсистеми S_j , за звичай забезпечують також варіацію сигналів на вході для інших підсистем. Це дозволяє при одних й тих самих сигналах на вході системи забезпечити розрізнення підсистеми S_i з декількома підсистемами. Інтервал діагностування повинен забезпечувати варіацію сигналу на виході системи при варіації сигналу на вході підсистеми S_j . Крім того, діагностування має сенс проводити, якщо $\Delta\Lambda_i^{\text{навч}}(v_i) \neq \mathbf{0}$. Тому, як і при діагностуванні підсистем з незалежним спостереженням, може знадобитися проведення діагностичного експерименту на інтервалі $[\eta, \eta + v_i]$, $\eta \geq 0$.

Висновок. Для діагностування несправності підсистем в безінерційних системах, за умови, що підсистеми спостерігаються незалежно, процедура діагностування підсистем полягає у перевірці спільності систем діагностичних рівнянь, що відповідають гіпотезам, які перевіряються. Якщо система діагностичних рівнянь спільна, то відповідна їй гіпотеза приймається, якщо не спільна — відкидається.

Слід також зазначити наступне. Для лінійних систем, що описуються за допомогою передаточних функцій, немає потреби виділяти з множини сигналів, які вимірюються, навчаючи та перевіряючи множини, а тестування зводиться до перевірки сумісності системи рівнянь, що створює можливість для застосування словника у випадку локалізації несправних підсистем.

Список літератури

1. Положаєнко С.А., Гаращенко Ф.Г., Прокоф'єва Л.Л. Математичне моделювання надійності тензометричних систем на основі евристичних моделей вимірювальних процедур. *Інформатика та математичні методи в моделюванні*. 2022. Т. 12, № 4. С. 358-367. DOI 10.15276/imms.v12.no4.358.
2. Прокоф'єва Л.Л. Савельєв А.А. Евристичні моделі вимірювальних процедур в задачах аналітичного дослідження тензометричних систем. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія Техн. науки*. 2023. Вип. 24. С. 68-78. URL: <https://doi.org/10.32626/2308-5916.2023-24.67-78>.
3. Savelev A.A., Prokofieva L.L. Planning of the diagnostic experiment in the localization of troubleshooting failures of single-free systems *Informatics and mathematical methods in simulation*. 2025. Vol. 15. № 2. P. 166-175. DOI 10.15276/imms.v15.no2.166.
4. Savelev A.A. Prokofieva L.L. Methods of Mathematical Simulation and Machine Identification of Abnormal Energy Processes. *Colloquium-journal*. 2024. Part 1. № 16 (209). P. 36–43. URL: <https://colloquium-journal.org/wp-content/uploads/2024/06/Colloquium-journal-2024-209-1.pdf>.
5. Заміховський Л.М., Калявін В.П. Основи теорії надійності і технічної діагностики систем: Навчальний посібник. Івано-Франківськ: Полум'я, 2009. 360 с.
6. Кутін В.М., Ілюхін М.О., Кутіна М.В.. Оцінка ефективності системи діагностичного контролю електромеханічних комплексів. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2004. №3. С. 51-54.
7. Catelani M., Fort A. Soft fault detection and isolation in analog circuits: some results and a comparison between a fuzzy approach and radial basis function networks. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. 2002. Vol. 51. Is. 2. P. 196-202 DOI: 10.1109/19.997811.
8. Huang W.H. Wey C.L. Diagnosability analysis of analogue circuits. *Int. J. Circuit Theory and Applications*. 2008. Vol. 26. Issue 5. P. 439-451.
9. Jung D.E., Krysander M., Frisk E. A method for quantitative fault diagnosability analysis of stochastic linear descriptor models. *Int. J. Automatica* 2013. 49(6). P. 1591 — 1600. DOI: 10.1016/j.automatica. 2013.02.045

10. Kabisatpathy P., Barua A., Sinha S. Fault detection and diagnosis in analog integrated circuits using artificial neural network in a pseudorandom testing scheme. *IEEE 3rd Int. Conf. on Electrical & Computer Engineering ICECE* . 2004. P. 52-56.
11. Верлань А.А. Аналіз можливості діагностування об'єктів зі структурою, яка переналашиовується. *Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. праць ІПМЕ ім. Г. Є. Пухова НАН України*. 2008. Вип. 45. 2008. С. 3-9.
12. Верлань А.А., Положаєнко С.А., Осман І.Х. Декомпозиційний метод локалізації несправних електронних підсхем. *Електромашинобудування та електрообладнання* . 2007. Вип. 69. С. 72-76.
13. Верлань А.А., Положаєнко С.А., Осман І.Х. Локалізація несправних електронних підсхем методом навчаючих та перевірочних характеристик. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Техн. Науки. Зб. наук. праць Кам'янець-Подільського нац. ун-та ім. Івана Огієнка*. 2008. Вип. 1. С. 140-144.
14. Верлань А.А. Стертен Ю., Положаєнко С.А. Формалізація представлення послідовності тестових гіпотез при діагностуванні електронних схем. *Informatics and Mathematical Methods in Simulation*. 2016. Vol. 6, № 4. P. 315-321.
15. Verlan A., Polozhaenko S. Formalization of Representation of Sequence of Test Hypotheses In Diagnosing Electronic Schemes. *IEEE 38th International Conference Electronics and Nanotechnology*. 2018. P. 548-552.
16. Положаєнко С.А., Прокоф'єва Л.Л. Планування діагностичного експерименту при локалізації несправностей підсхем безінерційних систем *Інформатика та математичні методи в моделюванні*. 2018. Т. 8. №1. С. 5-16.
17. Верлань А.Ф. Положаєнко С.А. Локалізація несправних фрагментів при діагностуванні безінерційних систем. *Електротехнічні та комп'ютерні системи: Теорія і практика. Спеціальний випуск*. Одеса: Астропрінт, 2017. С. 439 — 445.

DIAGNOSING ELECTRICAL SUBSYSTEMS UNDER THE CONDITIONS OF INDEPENDENCE OF THEIR OBSERVATION AND CONTROL

A. A. Savelev¹, L. L. Prokofieva², M. A. Kotolup³

^{1,2}National Odesa Polytechnic University

1, Shevchenko Ave., Odesa, 65044, Ukraine

³ Professional College of Maritime Transport of the National University "Odesa Maritime Academy", 40/42, Marazliivska St., 65014, Ukraine

Emails: savieliev.a.a@op.edu.ua, prokofieva@op.edu.ua, marinakstvidi@gmail.com

Modern practice of developing technical systems, and electrical systems in particular, shows that their reliability is laid at the design stage and ensured at the production stage. Imperfections in production technology and violations of operating modes can cause various types of defects in finished systems. Thus, diagnostics of a technical object (system) must necessarily be present at all stages of its life cycle. Therefore, various works to ensure the process of diagnosing a technical system are carried out during its development, manufacture, testing and operation. In this case, the purpose of diagnostics is to maintain the required level of indicators of the technical condition of the system. At the design stage, the main task of diagnostics is to ensure the possibility of potential diagnostics of the system being designed, and at the production and operation stage - current control of its operability. The constant increase in the complexity of technical systems, associated with the increase and complication of the functions performed, the improvement of production technology, the increase in requirements for quality indicators, etc., leads to the complication of diagnostic methods and tools that provide the necessary properties of systems. For the diagnosis of electrical devices, the following methods are used: peripheral scanning, automatic pattern generation technology, built-in self-scanning, as well as parametric identification methods, fault control methods, evaluation methods, etc. Many of these methods have the following disadvantages: a significant amount of calculations, the need to access all nodes of the electrical circuit, sensitivity to calculation errors, and, as a result, the complexity of practical implementation. In addition, the reference method has become widely used in the diagnosis of electrical devices, based on finding from a set of voltage or current values at control points those of them that are closest to the values obtained when measuring in the device being diagnosed. Despite significant achievements in the field of diagnosing the technical condition of systems, at present the relevance of theoretical research and practical application of diagnostic methods remains crucial as a basis for ensuring the necessary quality indicators of systems (and electrical systems, in particular) and increasing the reliability of assessments of the technical condition of the latter. The conditions of independent observation and control, which provide the possibility of conducting a diagnostic experiment without taking the controlled system out of operation, are considered and investigated.

Keywords: Diagnosis, diagnostic experiment, diagnostic methods, operating conditions, independent observation, independent control, technical system.