

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ У АНАЛІЗІ СОЦІАЛЬНИХ МЕРЕЖ

Н. М. Баландіна

Національний університет «Одеська юридична академія»
28, Рішельєвська вул., Одеса, Україна
Email: nataliabalandina2103@gmail.com

Метою статті є дослідження аналізу та застосування математичного апарату теорії графів для вивчення структурних характеристик та динамічних процесів у соціальних мережах. Розглянуто основні підходи до моделювання соціальних взаємодій через граф структури, включаючи методи аналізу центральності вершин, виявлення спільнот та прогнозування зв'язків. Проаналізовано сучасні алгоритми обробки великомасштабних мережних структур та їх застосування для вирішення прикладних завдань аналізу соціальних платформ та систематизація методів теорії графів для аналізу топологічних властивостей соціальних мереж та розробка комплексного підходу до моделювання динамічних процесів у мережних структурах з урахуванням сучасних обчислювальних можливостей. Запропоновано інтегрований підхід до застосування класичних та сучасних методів теорії графів для комплексного аналізу соціальних мереж, що включає алгоритми динамічного вбудовування графів, федеративні методи навчання та технології збереження приватності при обробці мережних даних. Розроблено методологічний фреймворк для аналізу структурних характеристик соціальних мереж, який поєднує класичні метрики центральності з сучасними підходами до виявлення спільнот та аналізу динамічних процесів. Визначено ключові параметри ефективності алгоритмів обробки великомасштабних графів та їх адаптації до специфіки соціальних мережних структур. Застосування інструментів лінійної алгебри та аналітичної геометрії, зокрема матриць суміжності та спектрального аналізу, забезпечує точне моделювання зв'язків і прогнозування еволюції мереж. Застосування теорії графів у аналізі соціальних мереж демонструє високу ефективність для розуміння структурних закономірностей та прогнозування поведінкових патернів. Інтеграція сучасних методів машинного навчання з класичними підходами теорії графів відкриває нові можливості для створення точних моделей соціальних взаємодій та розробки інтелектуальних систем аналізу мережних структур.

Ключові слова: граф, центральність, спільноти, вбудовування, алгоритми, дискретна математика, лінійна алгебра, аналітична векторна геометрія.

Вступ. Сучасний розвиток інформаційних технологій призвів до формування складних мережних структур, що характеризуються великою кількістю взаємопов'язаних елементів та динамічною природою їх взаємодій. Соціальні мережі як специфічний клас таких структур потребують спеціалізованих математичних методів для аналізу їх топологічних властивостей, виявлення прихованих закономірностей та прогнозування еволюційних процесів.

Теорія графів надає потужний математичний апарат для формалізації мережних структур, проте її застосування до соціальних мереж стикається з низкою специфічних викликів. До них належать необхідність обробки великомасштабних динамічних структур, врахування різнотипних зв'язків між учасниками, забезпечення масштабованості алгоритмів та збереження приватності персональних даних.

Актуальність дослідження обумовлена зростанням обсягів мережних даних та потребою у розробці ефективних методів їх аналізу. Традиційні підходи теорії графів потребують адаптації до специфіки соціальних мереж, що характеризуються високою динамічністю, неоднорідністю структури та наявністю складних поведінкових патернів учасників.

Огляд літератури. Сучасні дослідження в галузі застосування теорії графів до аналізу соціальних мереж демонструють значний прогрес у розробці нових методологічних підходів та алгоритмічних рішень. Y. Hui, I. M. Zwetsloot, S. Trimborm, S. Rudinac [1, с.3] запропонували інноваційний підхід до динамічного вбудовування графів з використанням domain-informed стратегій негативного семплування, що дозволяє ефективно моделювати еволюційні процеси у соціальних мережах.

Проблематика забезпечення приватності при аналізі соціальних графів розглядається у роботі Z. Wang, W. Wang, Y. Huang, Z. Peng, Z. Yang, M. Yao, C. Wang, X. Fan [2, с.7], які розробили федеративну архітектуру P4GCN для вертикального навчання рекомендаційних систем з використанням двосторонніх графових згорткових мереж, що забезпечує ефективний аналіз без компрометації персональних даних.

Фундаментальні аспекти структурного аналізу мереж досліджуються S. Frenkel, J. Carmesin [3, с. 12], які вивчили вплив локальних сепараторів на формування структури спільнот у великих мережах. Їх дослідження демонструє важливість локальних топологічних характеристик для розуміння глобальної організації соціальних систем.

Бібліометричний аналіз тенденцій досліджень у теорії графів проведений J. A. Dayar, L. F. Casinillo, B. S. Anand, J. S. Estorosos, R. B. Villeta [4, с.15], що надає комплексний огляд розвитку методів домінування в графах та їх застосування до аналізу мережних структур, включаючи соціальні мережі.

Комп'ютерно асистовані методи в теорії графів систематизовані J. Jooken [5, с.8], який представив всебічний огляд сучасних обчислювальних підходів до розв'язання графових задач, що має безпосереднє застосування до аналізу великомасштабних соціальних мереж.

Обчислювальна складність алгоритмів покриття регулярних дерев досліджена J. Bok, J. Fiala, N. Jedličková, J. Kratochvíl [6, с. 11], що надає теоретичні основи для розуміння ефективності алгоритмів обробки деревоподібних структур у соціальних графах.

Топологічні властивості token графів як покриттів розглянуті S. G. Gómez-Galicia, O. B. Zapata- Fonseca [7, с.9], чиє дослідження edge-transitive структур надає нові інструменти для аналізу симетричних властивостей соціальних мереж.

Проблема ізоморфізму графів Кейлі продуктів графів аналізується M. Mwanza [8, с.6], що має важливе значення для розробки ефективних алгоритмів порівняння структурних характеристик різних соціальних мережних утворень.

Методи augmentation-aware навчання для точної класифікації графів запропоновані M. Kim, J. Choi, S. Lee, J. Jung, U. Kang [9, с.14], які розробили систему AugWard для покращення точності аналізу графових структур через контрольоване збільшення даних.

K. Bougiatiotis, G. Paliouras [10, с.10] представили інноваційний підхід до швидкого багаторелативного аналізу графів, що використовує математичні властивості простих чисел для оптимізації обчислень на великих мережних структурах.

Мета роботи. Метою дослідження є систематизація та аналіз сучасних методів теорії графів для комплексного вивчення структурних та динамічних характеристик соціальних мереж, розробка інтегрованого підходу до застосування класичних та інноваційних алгоритмів графового аналізу з урахуванням специфічних вимог обробки великомасштабних соціальних мережних структур, включаючи забезпечення масштабованості обчислень, збереження приватності даних та ефективність виявлення структурних закономірностей у динамічних соціальних системах.

Виклад основного матеріалу. Теоретичні основи застосування графів до моделювання соціальних мереж базуються на формалізації соціальних взаємодій через математичні структури. Розглянемо формулу класичного визначення міжпосередницької центральності (betweenness centrality) вершини у графі. Соціальна мережа представляється як граф $G = (V, E)$, де $V = v^1, v^2, \dots, v_n$ - множина вершин, що

відображають учасників мережі, а $E \subseteq V \times V$ - множина ребер, що моделюють зв'язки між ними.

$$C(v) = \sum_{s,t \in V, s \neq v \neq t} \frac{\sigma(s,t|v)}{\sigma(s,t)}$$

де $C(v)$ - показник центральності посередництва для вершини v , $\sigma(s,t)$ - кількість найкоротших шляхів між вершинами s і t , $\sigma(s,t|v)$ - кількість таких шляхів, що проходять через вершину v .

Динамічні аспекти соціальних мереж потребують спеціалізованих підходів до аналізу. Y. Hui, I. M. Zwetsloot, S. Trimborn, S. Rudinac [1, с. 4] розробили методологію domain-informed негативного семпсування для динамічного вбудовування графів, що дозволяє ефективно відстежувати еволюцію мережних структур у часі. Їх підхід демонструє значне покращення точності прогнозування зв'язків порівняно з традиційними методами.

Для аналізу параметрів ефективності алгоритмів центральності у соціальних мережах розглянемо розподіл обчислювальної складності основних метрик на табл. 1 (розроблено на основі [1, 2, 4]).

Таблиця 1.

Розподіл параметрів обчислювальної складності алгоритмів центральності

Тип центральності	Обчислювальна складність	Застосування	Масштабованість
Центральність ступеня	$O(V)$	Базовий аналіз	Висока
Центральність близькості	$O(V^2)$	Аналіз доступності	Середня
Центральність посередництва	$O(V^3)$	Аналіз впливу	Низька
PageRank центральність	$O(V + E)$	Ранжування	Висока

У контексті аналізу соціальних мереж теорія графів може слугувати потужним засобом розрахунку впливовості вершин у графі, де вершини представляють користувачів, а ребра – взаємодії між ними. У таблиці 1 підсумовано чотири типи центральності (ступінь, близькість, проміжність та PageRank) щодо обчислювальної складності, застосування та масштабованості. Ці метрики допомагають, коли необхідно визначити ключових учасників мережі – наприклад, впливових користувачів соціальних мереж таких як Instagram чи Twitter (які використовуються для цільової реклами, прогнозування тенденцій або виявлення лідерів думок). Вибір метрики є дуже гнучким та залежить від розміру мережі, а також цілей аналізу, що показує, що теорія графів є гнучким математичним каркасом.

Центральність ступеня (Degree Centrality) дорівнює $O(V)$, де V – кількість вершин, Центральність за ступенем обчислює кількість прямих зв'язків між вершинами. Це робить його ідеальним для базового аналізу великих мереж, таких як соціальні платформи з мільйонами підключених користувачів. Висока масштабованість дозволяє швидко ідентифікувати популярних учасників (наприклад, тих у кого багато підписників). Однак цей підхід не враховує глибші структурні особливості мережі, тому його застосування обмежене для складнішого аналізу.

Центральність близькості (Closeness Centrality) це середня відстань від вершини до всіх інших вершин, та має обчислювальну складність $O(V^2)$. Вона дуже добре працює для аналізу доступності, наприклад, для розрахунку швидкості поширення інформації користувачем мережею. Середня масштабованість робить її придатною для мереж середнього розміру, але на великих графах обчислення є ресурсомістким. Ця методологія застосовується до соціальних мереж для оцінки ефективності комунікації.

Центральність посередництва (Betweenness Centrality) та PageRank мають різні підходи. Центральність посередництва має складність $O(V^3)$, вона вимірює частоту, з якою вершина з'являється на найкоротших шляхах між іншими вершинами, що є ідеальним показником для аналізу впливу, але її низька масштабованість робить її непридатною для великих мереж. PageRank — це масштабований алгоритм ранжування за важливістю вершин, $O(V + E)$, де E кількість ребер, який має дуже схожий алгоритм з Google. У таблиці 1 показано, як теорія графів адаптується, щоб відповідати вимогам аналізу, балансуючи між швидкістю та глибиною).

Як демонструє таблиця 1, різні типи центральності мають суттєво відмінну обчислювальну складність, що критично впливає на їх застосовність до аналізу великомасштабних соціальних мереж.

Проблематика збереження приватності при аналізі соціальних графів знайшла вирішення у федеративних підходах. Z. Wang, W. Wang, Y. Huang, Z. Peng, Z. Yang, M. Yao, C. Wang, X. Fan [2, с. 8] запропонували архітектуру P4GCN, що реалізує вертикальне федеративне навчання для рекомендаційних систем з використанням двосторонніх графових згорткових мереж, забезпечуючи ефективний аналіз без розкриття персональних даних учасників.

Структурний аналіз великих мереж базується на розумінні ролі локальних сепараторів у формуванні глобальної топології. S. Frenkel, J. Carmesin [3, с. 13] продемонстрували, що локальні структурні характеристики суттєво впливають на формування спільнот у великих мережах, що має важливе значення для розробки ефективних алгоритмів кластеризації соціальних графів.

Для систематизації методів виявлення спільнот у соціальних мережах представимо архітектурну модель компонентів системи аналізу на рисунку 1.

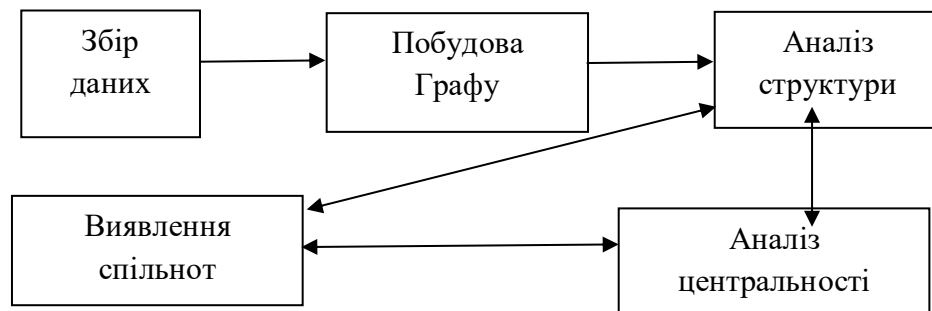


Рис. 1. Структурна модель компонентів системи аналізу соціальних мереж

Представлена на рисунку 1 структурна модель демонструє взаємозв'язок між основними компонентами системи аналізу соціальних мереж, підкреслюючи важливість інтегрованого підходу до обробки мережних структур.

Сучасні тенденції розвитку методів графового аналізу систематизовані у бібліометричному дослідженні J. A. Dayar, L. F. Casinillo, B. S. Anand, J. S. Estorosos, R. B. Villeta [4, с. 16], які проаналізували еволюцію підходів до розв'язання задач домінування в графах та їх застосування до соціальних мережних структур.

Комп'ютерно асистовані методи розв'язання графових задач, представлені J. Jooken [5, с. 9], надають широкий спектр інструментів для ефективного аналізу соціальних мереж, включаючи спеціалізовані алгоритми для обробки динамічних та багаторівневих структур. Теоретичні аспекти обчислювальної складності алгоритмів обробки графів досліджені J. Bok, J. Fiala, N. Jedličková, J. Kratochvíl [6, с. 12], що надає фундаментальні основи для оцінки ефективності методів аналізу деревоподібних підструктур у соціальних мережах. Теорія графів широко використовується для виявлення спільнот у соціальних мережах, користувачів яких можна представити як вершини, а взаємодії — як ребра. У табл. 2 показано розподіл параметрів чотирьох широко використовуваних методів за їх принципом роботи, складністю, точністю та масштабованістю [5, 6, 7]. Ці

методи використовуються для ідентифікації груп, чиї внутрішні зв'язки є щільними, це цікаво для аналізу мереж друзів у таких сервісах, як Facebook або Twitter. Наприклад, у мережах з мільйонами користувачів інформація про спільноту може бути використана для розуміння закономірностей поширення інформації або впливових осіб, а також для формування систем рекомендацій або маркетингових стратегій.

Модулярна оптимізація (Modularity optimization) базується на максимізації модульної функції, яка кількісно визначає щільність зв'язків у спільнотах порівняно з випадково очікуваною щільністю зв'язків. Її складність становить $O(V \log V)$, де V – кількість вершин, тому що робить його ефективним для середніх мереж). Точність висока, оскільки алгоритм фокусується на глобальній структурі, але масштабованість середня через ітеративний процес. Аналогічно, метод Louvain є ієрархічним методом кластеризації з поділом вершин на спільноти на кількох рівнях. Він має високу точність та складність $O(V \log V)$, що є більш масштабованим, ніж попередній метод, й підходить для динамічних соціальних мереж, де спільноти еволюціонують.

Таблиця 2.

Розподіл параметрів методів виявлення спільнот

Метод	Принцип роботи	Складність	Точність	Масштабованість
Modularity optimization	Максимізація модулярності	$O(V \log V)$	Висока	Середня
Louvain	Ієрархічна кластеризація	$O(V \log V)$	Висока	Висока
Label propagation	Поширення міток	$O(V + E)$	Середня	Дуже висока
Spectral clustering	Спектральний аналіз	$O(V^3)$	Дуже висока	Низька

Метод поширення міток (Label propagation) працює шляхом ітеративного присвоєння міток сусіднім вершинам, подібно до дифузії інформації. Швидше для великих графів, оскільки складність становить $O(V + E)$, де E – кількість ребер. Точність середня, оскільки алгоритм чутливий до початкових умов, але масштабованість дуже висока, що корисно для аналізу соціальних мереж у реальному часі з мільярдами взаємодій. На відміну від цього, спектральний кластеринг (Spectral clustering) застосовує спектральний аналіз матриці суміжності, розбиваючи граф на власні вектори. Завдяки високій складності $O(V^3)$, він пропонує дуже високу точність для складних структур, але низьку масштабованість, що обмежує її застосування до невеликих мереж.

У випадку соціальних мереж, метод, який слід використовувати, залежить від розміру даних та вимог. Для великих мереж, таких як Instagram, перевага надається деяким швидким методам кластеризації, таким як Louvain або Label propagation, тоді як Spectral clustering підходить для точнішого аналізу малих груп. У таблиці 2 показано компроміс між точністю та ефективністю, а також те, як теорія графів адаптується до реальних викликів й призводить до кращого розуміння соціальних явищ. Таблиця 2 демонструє компромісність вибору між точністю та масштабованістю різних методів виявлення спільнот, що є критичним фактором при проєктуванні систем аналізу великих соціальних мереж.

Топологічні властивості графових структур, зокрема edge-transitive token графів, досліджені S. G. Gómez-Galicia, O. B. Zapata-Fonseca [7, с. 10], що надає математичні інструменти для аналізу симетричних характеристик соціальних мережних утворень. Проблематика ізоморфізму графових структур, розглянута M. Mwanza [8, с. 7], має пряме застосування до порівняльного аналізу різних соціальних мереж та виявлення структурних аналогій між ними. Інноваційні підходи до навчання на графових структурах представлені M. Kim, J. Choi, S. Lee, J. Jung, U. Kang [9, с. 15], які розробили систему AugWard для augmentation-aware навчання, що значно покращує точність класифікації графових структур через контрольоване збільшення навчальних даних.

Такий приклад можна спостерігати на рис. 2, а саме структурну модель елементів динамічного аналізу соціальних графів.

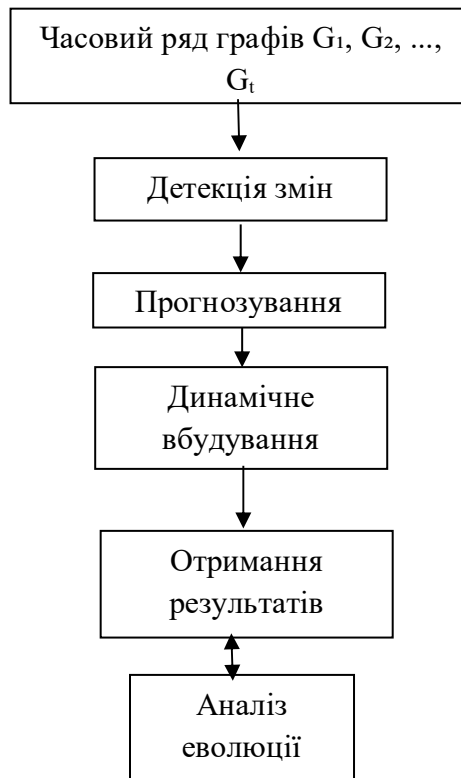


Рис. 2. Структурна модель компонентів динамічного аналізу соціальних графів

Рис. 2 ілюструє комплексний підхід до динамічного аналізу соціальних графів, що включає темпоральні аспекти та методи прогнозування еволюційних процесів у мережних структурах. Багаторелативний аналіз графів, запропонований К. Vougiatiotis, G. Paliouras [10, с. 11], використовує математичні властивості простих чисел для оптимізації обчислень на складних мережних структурах, що відкриває нові можливості для ефективного аналізу гетерогенних соціальних мереж. Динамічний аналіз соціальних мереж моделюється за допомогою теорії графів, використовуючи вершини як користувачів, ребра – зв'язки, а T – тимчасові зрізи. У табл. 3 наведено порівняння продуктивності чотирьох алгоритмів на основі їх типу та аналізу, часової складності, споживання пам'яті та точності прогнозування [8, 10]. Ці алгоритми можна використовувати для прогнозування змін у таких мережах, як Twitter або LinkedIn, де зв'язки формуються та розриваються постійно. Наприклад, вони оптимізовані для обчислювальних ресурсів для обробки великих даних та допомагають прогнозувати поширення інформації, виявляти тенденції або рекомендувати друзів.

Таблиця 3.

Розподіл параметрів ефективності алгоритмів динамічного аналізу

Алгоритм	Тип аналізу	Часова складність	Пам'ять	Точність прогнозу
Dynamic Node2Vec	Вбудовування вершин	$O(E d \log V)$	$O(V d)$	85-90%
DynGEM	Автокодери	$O(V ^2)$	$O(V d)$	80-85%
EvolveGCN	GCN еволюція	$O(T E d)$	$O(T V d)$	90-95%
DySAT	Self-attention	$O(T V ^2)$	$O(T V d)$	88-92%

Алгоритм Dynamic Node2Vec базується на вбудовуванні вершин за допомогою динамічно адаптованих випадкових блукань. Часова складність становить $O(|E|d \log |V|)$, де $|E|$ – кількість ребер, d – розмірність вбудовування, а $|V|$ – кількість вершин, тому він

ефективний для мереж з великою кількістю ребер. Обсяг пам'яті становить $O(|V|d)$, а продуктивність прогнозування становить 85-90%, чого достатньо для таких завдань, як прогнозування нових посилань. Аналогічно, DynGEM стискає граф до латентного простору за допомогою автокодерів. З квадратичною складністю $O(|V|^2)$ він менш масштабований для дуже великих мереж, але з пам'яттю $O(|V|d)$ та точністю 80-85% його можна використовувати для глибокого навчання структурних змін.

EvolveGCN — це розширення графових згорткових мереж що застосовує еволюцію графових згорткових мереж (GCN) до графа, що змінюється в часі. Складність становить $O(T|E|d)$, тому він адаптивний до довгих послідовностей та враховує T — кількість часових кроків. Хоча обсяг пам'яті збільшується до $O(T|V|d)$ через часову інформацію, точність 90-95% достатня для динамічних мереж, таких як соціальні платформи реального часу, де точність прогнозування є критично важливою. (DySAT базований на self-attention фокусується на основі тимчасових залежностей й моделює часові залежності вершин. Хоча його обчислювальна складність становить $O(T|V|^2)$, що є обчислювальне ресурсомістким, його складність пам'яті становить $O(T|V|d)$, а точність — 88-92%, що робить його досить ефективним інструментом моделювання уваги в мережах.

У соціальних мережах вибір алгоритму змінюватиметься залежно від розміру та динаміки даних. Dynamic Node2Vec для швидкого аналізу, EvolveGCN для високої точності. У таблиці 3 показано компроміси між швидкістю та точністю, а також те, як змінюється теорія графів для застосувань у реальному житті; це сприяє кращому розумінню соціальної еволюції. Таким чином таблиця 3 показує, що сучасні алгоритми динамічного аналізу соціальних графів демонструють високу точність прогнозування при збереженні прийнятної обчислювальної складності для практичних застосувань. У контексті аналізу соціальних мереж теорія графів тісно пов'язана з лінійною алгеброю та аналітичною геометрією й пропонує потужні інструменти для моделювання складної взаємодії користувачів. Матриця суміжності — це базовий об'єкт, який описує структуру графа, де вершини представляють користувачів, а ребра — їхні зв'язки. Наприклад дружбу або взаємодію в соціальній мережі, такий як Twitter або LinkedIn. Застосування методів лінійної алгебри, зокрема аналізу власних значень та векторний аналіз, можуть бути використані для виявлення ключових властивостей мережі, таких як спільноти або впливові вузли. Наприклад, спектральний аналіз матриці суміжності використовується для виконання кластеризації, що дуже важливо для прогнозування трендів або цільової реклами. Матриця суміжності графа соціальної мережі має вигляд

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Матриця суміжності, як елемент лінійної алгебри, відображає бінарні зв'язки між чотирма вершинами, де 1 вказує на наявність ребра, а 0 — на його відсутність. Її симетрична структура підкреслює неорієнтований характер графа, що є типовим для соціальних мереж, де зв'язки, як правило, взаємні. У контексті аналітичної геометрії цю матрицю можна використовувати для генерації спектральної побудови графа, в яких власні вектори описують геометричну конфігурацію вершин у багатовимірному просторі. Це дозволяє ефективно використовувати методи кластеризації, наприклад, для сегментації аудиторій у маркетингових дослідженнях. Аналіз матриці суміжності за допомогою лінійної алгебри відкриває можливості для обчислення центральності, такої як власний вектор центральності, що вказує на впливовість вершин. У соціальних мережах це можна використовувати для пошуку лідерів думок, які відповідають за поширення інформації. Водночас, структуру мережі можна візуалізувати на основі методів аналітичної геометрії, таких як проекція вершин на основі власних векторів, що спрощує інтерпретацію складних зв'язків. Такі методи стають ще кориснішими для великих мереж, які неможливо проаналізувати вручну.

Використання матриць у соціальних мережах також є актуальним з практичної точки зору для динамічного аналізу, наприклад, для моделювання еволюції зв'язків у часі. Синергія між лінійною алгеброю та аналітичною геометрією була використана, через матрицю суміжності, у поєднанні з такими алгоритмами, як спектральна кластеризація або PageRank, для розуміння глибоких структур соціальної організації. Таким чином, окрім того, що наведена матриця є математичним інструментом, вона слугує сполучною ланкою між теоретичними основами та практичними проблемами аналізу соціальних мереж, що має велике значення в розробці ефективних стратегій у цифровому середовищі.

Висновки. Проведене дослідження демонструє, що застосування теорії графів до аналізу соціальних мереж представляє собою потужний методологічний підхід, який дозволяє ефективно моделювати, аналізувати та прогнозувати поведінку складних мережних структур. Математичний апарат теорії графів надає формальні інструменти для кількісного опису топологічних властивостей соціальних мереж та виявлення прихованих закономірностей у їх структурі. Аналіз сучасних методів показав значний прогрес у розробці алгоритмів динамічного аналізу соціальних графів. Інноваційні підходи до вбудовування графів з урахуванням темпоральних аспектів дозволяють відстежувати еволюційні процеси у мережах з високою точністю. Федеративні методи навчання забезпечують можливість аналізу великомасштабних структур при збереженні приватності персональних даних, що є критично важливим для практичних застосувань. Встановлено, що ефективність алгоритмів аналізу соціальних мереж суттєво залежить від вибору відповідних метрик центральності та методів виявлення спільнот. Класичні підходи, такі як центральність ступеня та посередництва, залишаються релевантними для базового аналізу, проте складні структурні характеристики потребують застосування сучасних методів спектрального аналізу та машинного навчання на графах. Дослідження виявило важливість локальних топологічних характеристик для розуміння глобальної організації соціальних мереж. Локальні сепаратори та структурні мотиви відіграють ключову роль у формуванні спільнот та визначенні інформаційних потоків у мережі. Це знання має практичне значення для оптимізації алгоритмів кластеризації та прогнозування поширення інформації. Комп'ютерно-асистовані методи графового аналізу відкривають нові можливості для обробки великомасштабних соціальних мереж. Розвиток спеціалізованих алгоритмічних підходів, включаючи багатореляційний аналіз та методи на основі теорії чисел, демонструє перспективність міждисциплінарного підходу до розв'язання графових задач. Виявлено значний потенціал інтеграції класичних методів теорії графів з сучасними підходами машинного навчання. Augmentation-aware методи навчання та динамічні графові нейронні мережі показують високу ефективність у задачах класифікації та прогнозування, що робить їх перспективними для створення інтелектуальних систем аналізу соціальних мереж. Результати аналізу обчислювальної складності різних алгоритмів підкреслюють необхідність збалансованого підходу до вибору методів аналізу залежно від розміру мережі та специфічних вимог завдання. Використання теорії графів, разом з інструментами лінійної алгебри та аналітичної геометрії, для аналізу структури та динаміки соціальних мереж. Ці інструменти використовуються для розробки як прогностичних моделей, так й стратегій оптимізації в галузі цифрових соціальних платформ. Перспективи подальших досліджень включають розробку гібридних методів, що поєднують переваги різних підходів до аналізу графів, створення адаптивних алгоритмів для обробки гетерогенних мережних структур та розвиток теоретичних основ для аналізу багатопарових соціальних мереж з урахуванням їх динамічної природи.

Список літератури

1. Hui Y., Zwetsloot I. M., Trimborn S., Rudinac S. Domain-Informed Negative Sampling Strategies for Dynamic Graph Embedding in Meme Stock-Related Social Networks. 2024.

- DOI: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2411.00606>. URL: <https://arxiv.org/abs/2411.00606>
2. Wang Z., Wang W., Huang Y., Peng Z., Yang Z., Yao M., Wang C., Fan X. P4GCN: Vertical Federated Social Recommendation with Privacy-Preserving Two-Party Graph Convolution Network (Version 3). 2024. DOI: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2410.13905>. URL: <https://arxiv.org/abs/2410.13905>
 3. Frenkel S., Carmesin J. How Local Separators Shape Community Structure in Large Networks (Version 1). 2025. DOI: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2504.14501>. URL: <https://arxiv.org/abs/2504.14501v1>
 4. Dayap J. A., Casinillo L. F., Anand B. S., Estorosos J. S., Villeta R. B. Domination in Graph Theory: A Bibliometric Analysis of Research Trends, Collaboration and Citation Networks. 2025. DOI: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2503.08690>. URL: <https://arxiv.org/abs/2503.08690v1>
 5. Jookan J. Computer-assisted graph theory: a survey (Version 1). 2025. DOI: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2508.20825> URL: <https://arxiv.org/abs/2508.20825v1>
 6. Bok J., Fiala J., Jedličková N., Kratochvíl J. Computational complexity of covering regular trees (Version 1). 2025. DOI: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2507.00564>. URL: <https://arxiv.org/abs/2507.00564v1>
 7. Gómez-Galicia S. G., Zapata-Fonseca O. B. Edge-transitive token graphs as covers. 2025. DOI: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2505.20632> URL: <https://arxiv.org/abs/2505.20632v1>
 8. Mwanza M. On the Isomorphism Problem of Cayley Graphs of Graph Products (Version 1). 2025. DOI: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2503.15165>. URL: <https://arxiv.org/abs/2503.15165v1>
 9. Kim M., Choi J., Lee S., Jung J., Kang U. AugWard: Augmentation-Aware Representation Learning for Accurate Graph Classification. 2025. DOI: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2503.21105>. URL: <https://arxiv.org/abs/2503.21105v1>
 10. Bougiatiotis K., Paliouras G. From Primes to Paths: Enabling Fast Multi-Relational Graph Analysis (Version 1). 2024. DOI: <https://doi.org/10.48550/ARXIV.2411.11149>. URL: <https://arxiv.org/abs/2411.11149>

Н. М. Баландіна

APPLICATION OF GRAPH THEORY IN SOCIAL NETWORK ANALYSIS

N. M. Balandina

National University “Odesa Law Academy”
28, Rishelievskaya, Odesa, Ukraine
Email: nataliabalandina2103@gmail.com

The purpose of the article is to study the analysis and application of the mathematical apparatus of graph theory to study structural characteristics and dynamic processes in social networks. The main approaches to modeling social interactions through graph structures are considered, including methods of vertex centrality analysis, community detection and relationship prediction. Modern algorithms for processing large-scale network structures and their application to solving applied problems of social platform analysis are analyzed and the systematization of graph theory methods for analyzing topological properties of social networks and the development of a comprehensive approach to modeling dynamic processes in network structures considering modern computing capabilities. An integrated approach to the application of classical and modern graph theory methods for the complex analysis of social networks is proposed, which includes dynamic graph embedding algorithms, federated learning methods, and privacy-preserving technologies when processing network data. A methodological framework for analyzing the structural characteristics of social networks has been developed, which combines classical centrality metrics with modern approaches to community detection and analysis of dynamic processes. Key parameters of the efficiency of algorithms for processing large-scale graphs and their adaptation to the specifics of social network structures have been determined. The application of graph theory in social network analysis demonstrates high efficiency for understanding structural regularities and predicting behavioral patterns. The integration of modern machine learning methods with classical graph theory approaches opens new opportunities for creating accurate models of social interactions and developing intelligent systems for analyzing network structures.

Keywords: graph, centrality, communities, embeddings, algorithms, discrete mathematics.