

**МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ОПТИМАЛЬНОМУ ВИБОРІ НАВЧАЛЬНИХ
ДИСЦИПЛІН У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ**

Б. І. Юхименко

Національний університет «Одеська політехніка»
1, Шевченко пр., Одеса, 65044, Україна
Email: biruteyu@gmail.com

Робота присвячена дослідженню та застосуванню математичних методів для оптимального вибору навчальних дисциплін за вибором в освітніх програмах вищих навчальних закладів. У разі загальної комп'ютеризації процеси підготовки фахівців вимагають впровадження інноваційних підходів, які забезпечують підвищення компетентності та практичності майбутніх фахівців. Розглянуто методологічні аспекти математичного програмування та експертного оцінювання, які використовуються для кількісного аналізу та вибору найбільш пріоритетних дисциплін. Особлива увага приділяється задачі оптимального вибору дисциплін за вибором із переліку запропонованих на основі критеріїв корисності та навчального навантаження. Проблема формалізується як задача лінійного програмування дискретного типу, відома як «задача про ранець». У роботі запропоновано підхід, що ґрунтується на експертних оцінках для визначення корисності дисциплін, а також побудовані математичні моделі та методи їх вирішення. Дослідження наголошує на значущості інтеграції методів експертного оцінювання у процес формування навчальних планів, що сприяє поліпшенню якості освіти та підготовки фахівців, що відповідають вимогам сучасної економіки та суспільства. Робота представляє практичну цінність для освітніх установ та розробників програм навчання, орієнтованих на потреби ринку праці.

Ключові слова: експертне оцінювання, лінійне програмування, навчальні дисципліни, освітні програми, задача про ранець

Вступ. Загальна комп'ютеризація процесів ухвалення рішень, документообігу, зберігання та передачі інформації потребує фахівців високої кваліфікації. Знання сучасної обчислювальної техніки, її математичного забезпечення, елементів штучного інтелекту є прямими вимогами до працівника будь-якого офісу. Необхідність підвищення компетентності та практичних навичок майбутніх фахівців, здатних застосовувати знання в основних і супутніх предметних галузях, є завданням вищої освіти [1-2]. Набуття знань, умінь і навичок визначається рівнем професорсько-викладацького складу, методичного та технічного забезпечення навчального процесу [3]. Комплект основних дисциплін, їх взаємозв'язок, послідовність викладення на належному методичному рівні - це важелі успішної підготовки молоді, відповідальної за добробут країни, її економіку та культуру [4].

Складання навчальних планів підготовки майбутніх фахівців здійснюється вищими органами освіти із застосуванням методик, що враховують потреби та особливості відновлення і розвитку країни. Водночас враховуються специфіка і можливості навчального закладу. До навчального плану включають дисципліни, орієнтовані на специфіку та потреби регіону.

Поглиблення знань і предметна орієнтованість майбутніх фахівців формуються завдяки дисциплінам, які включаються до навчальних планів і подаються під назвою «дисципліни за вибором». Перелік вибіркових дисциплін покликаний доповнити й

закріпити знання з урахуванням особистих побажань здобувача у відповідній предметній галузі. Вивчення «бажаних» дисциплін робить молодого фахівця впевненішим, сприяє реалізації його потенціалу і формує особистісні характеристики, необхідні для розвитку країни.

Сам процес вибору необхідної кількості дисциплін, як показує практика, є непростю процедурою. З одного боку, це організаційні вимоги, з іншого - питання, яка дисципліна буде більш корисною, якщо обрати одну з запропонованого списку. Найпростіший підхід - інтуїтивний вибір. Проте студент, який уже має базові знання, набуті впродовж певного часу, може використати їх для ухвалення обґрунтованого рішення.

Тому актуальним є створення методів та інструментів підтримки прийняття рішень [5, 6] щодо вибору дисциплін під час складання індивідуального навчального плану студента.

Мета роботи. Метою роботи є формалізація процесу вибору дисциплін за вибором для складання навчального плану підготовки майбутніх фахівців шляхом застосування математичних методів, зокрема методів оптимізації та експертного оцінювання, що дозволить забезпечити обґрунтованість і ефективність прийняття рішень.

Це сприятиме підвищенню якості освіти, врахуванню індивідуальних інтересів студентів та відповідності навчального процесу потребам регіону й сучасного ринку праці.

Для досягнення мети необхідно вирішити наступні задачі: огляд існуючих підходів до складання навчальних планів у вищих навчальних закладах з урахуванням дисциплін за вибором; розробка математичної моделі оптимального вибору дисциплін; верифікація моделі оптимального вибору дисциплін.

Постановка проблеми. Для розв'язання задачі прийняття рішень щодо вибору «дисциплін за вибором» для складання навчального плану використовують різні методи та підходи. Так в роботі [6] авторами вдосконалено евристичний багатокритеріальний метод прийняття рішень SMART і на його основі розроблено мобільну систему підтримки прийняття рішень. Застосування багатокритеріальних методів прийняття рішень (Multiple Criteria Decision-Making (MCDM)) залежить від виду подання інформації – кількісної, якісної, релейної («так»/«ні»)) [6, 7], що є значним обмеженням їх застосування, так як у практичних завданнях, зокрема при розв'язанні задачі прийняття рішень щодо вибору «дисциплін за вибором», інформація може бути представлена різними типами даних. Інформація може бути подана у вигляді конкретних числових даних, бути статистичною, містити елементи випадковості або ж стосуватися збору та обробки думок людей, які мають власний погляд на проблему, що вирішується. Слабо формалізовані або надмірно інформаційні проблеми розв'язуються методами експертного оцінювання. Методи експертного оцінювання визначають шляхи підбору та аналізу, використовуючи досвід професіоналів, аналітиків і практиків, тобто людей із креативністю, конструктивним підходом і колективним мисленням у процесі оцінювання одних чи інших питань [8-14].

У роботі математичну основу становлять підходи, засновані на методах оптимізації, дослідження операцій та експертного оцінювання, які дозволяють здійснити кількісну оцінку та визначити пріоритетність кожної дисципліни стосовно інших із запропонованого списку.

При застосуванні методів оптимізації та дослідження операцій оптимальний варіант прийнятого рішення знаходиться з багатьох можливих. Процедура пошуку здійснюється шляхом порівняння варіантів. Варіант рішення, це складова одиниця. Безпосереднє їх порівняння неможливе. Кожен варіант оцінюється. Функціональна

оцінка має цільове призначення. Отже, оптимізація пов'язана з використанням трьох елементів: варіант, безліч варіантів, критерій [16]. У математичному уявленні це записується наступним чином, нехай x - варіант рішення, що складається із заданої кількості складових одиниць - компонент, кількісні значення яких представляють сам варіант; G - безліч можливих варіантів; функціональна оцінка варіанта - $f(x)$. Математичне подання вибору оптимального варіанта запишеться у вигляді деякої математичної моделі

$$Z = \text{extr } f(x), \quad x \in G. \quad (1)$$

Проблема полягає у підборі самого варіанта (набору компонент), математичного опису безлічі варіантів та визначенні аналітичного виду функції – оцінки варіанта.

Метод пошуку оптимального варіанта розв'язання залежить від усіх елементів оптимізації та їх математичного представлення, тобто від математичної моделі

Основним математичним апаратом розв'язання оптимізаційних задач є математичне програмування (МП). Формально задача математичного програмування каже: необхідно визначити екстремум багатовимірної функції $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ на опуклому багатограннику, що задається сукупністю інших багатовимірних функцій $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ($i = \overline{1, m}$). Додаткові вимоги накладаються на аргументи всіх цих функцій, тобто на x_j ($j = \overline{1, n}$) Математична модель задачі МП має вигляд

$$Z = \text{extr } f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

при обмеженнях

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad (i = \overline{1, m}) \quad (3)$$

та додаткові вимоги

$$x_j \in D_j \quad (j = \overline{1, n}). \quad (4)$$

Функція $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ називається цільовою функцією, що відображає критерій оптимізації. Система обмежень - математичний опис безлічі варіантів, що визначає, які з них є допустимими. Сам варіант є сукупністю x_j , що представляється у вигляді вектору $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, компонентами якого можуть бути числа, які мають певну характеристику D_j .

Метод розв'язання задачі МП це перебір варіантів – векторів, $X^k = (x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k)$, $k = 1, 2, \dots$, що задовольняють обмеженням і містять компоненти x_j^k заданої характеристики D_j . Метою перебору є визначення такого варіанту $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, який приведе цільову функцію до екстремального значення Z^* (5).

$$Z^* = f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*). \quad (5)$$

Процедурно метод розв'язання задач МП залежить від: функцій, що визначають модель; сутності додаткових вимог D_j ; характеристики змінних, що входять до запису $f()$ та $g_j()$ ($i = \overline{1, m}$). Конкретизація всіх трьох аспектів моделі завдання МП визначає підхід і сам метод розв'язання. Задачі МП бувають лінійними, детермінованими, а також стохастичними. Різні класи задач наведено на рис.1.



Рис.1. Класи задач МП

У обчислювальному сенсі моделі задачі МП бувають з кінцевою та нескінченною кількістю варіантів. Від цього залежить підхід та ідея методу реалізації завдання кожного класу. Спрямований перебір варіантів реалізації моделей нескінченною кількістю варіантів організується на основі так званих j -их аналітичних методів, розроблених з використанням певних прийомів чисельних методик. Другий підхід комбінаторний, заснований та використовуваний для задач з кінцевою кількістю варіантів. Комбінаторні методи мають перестановний характер. Вони націлені на ідею зменшення кількості варіантів, що перебираються. Обчислювальні процедури комбінаторних методів, це пошук частин безлічі варіантів, які свідомо не містять оптимального і підлягають відсіюванню.

Задача МП належить до класу детермінованих завдань лінійного програмування (ЛП), якщо її модель записується наступним чином:

$$Z = \max \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6)$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (7)$$

та додаткових вимог до компонентів вектора рішень (варіанту рішень)

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}. \quad (8)$$

Додаткові вимоги роблять задачу безперервною, що зумовлює нескінченну кількість варіантів розв'язання. Детермінованість розуміється за умовчанням. Якщо додаткові вимоги доповнити фразою « x_j - ціле», то задача називається задачею цілісного програмування (ЦЛП), що відноситься до класу задач дискретного програмування і має кінцеву кількість варіантів.

Окремий випадок задач ЦЛП складають завдання ЛП з булевими змінними. Тоді задача має комбінаторний характер. Додаткові вимоги записуються як $x_j \in \{0, 1\}$, $j = \overline{1, n}$ і визначають підклас, в який включаються задачі про ранець [17, 18]. Особливістю цих задач є те, що змінні c_j, b_i, a_{ij} є позитивними числами. Задачі про ранець мають окремі методи розв'язання.

В роботі розглядається задача оптимального вибору дисциплін за вибором зі списку запропонованих, яка відноситься до класу задач лінійного програмування дискретного типу. Задача у прикладному сенсі відноситься до задачі з неподільностями, формалізується як завдання лінійного програмування з булевими змінними, вирішується комбінаторним методом і призводить до оптимального вибору по відношенню до специфічного критерію корисності підвищення компетентності майбутніх фахівців з вищою освітою з прикладної математики.

Експертне оцінювання. Дисципліни в навчальному плані, що йдуть під назвою «на вибір» у прямому сенсі не мають вирішального слова при підготовці фахівців. Проте вони націлені на підвищення компетентності і практичності претендентів за фахом. Проблема оптимального вибору насамперед пов'язані з підбором критерію оцінки якісної підготовки. Переліку такого типу критеріїв немає. Пропозиції варто отримувати насамперед від фахівців, які займаються підготовкою майбутніх спеціалістів, а також від тих, хто працевлаштовує та очікує сучасного, компетентного і конструктивного працівника. Загалом важливо враховувати думку тих, хто прагне бути корисним і впевненим членом колективу. У роботі пропонується використати методи експертного оцінювання. Збір та аналіз думок людей, які глибоко розуміють сучасні виклики вищої освіти, дозволить кількісно оцінити кожен дисципліну зі списку та визначити їх пріоритетність у виборі. Методи експертного оцінювання дозволяють отримувати кількісні оцінки якісних характеристик, які важко формалізувати. Вони застосовуються у проблемних областях із недостатньою структурованістю, а також у випадках надлишку інформації, коли потрібно виділити найбільш інформативні дані.

Експертне оцінювання, це багатоетапний процес, на кожному з яких приймається рішення, що забезпечує істинність результату. У першу чергу – визначення цілей експертизи. Цілі мають бути сформульовані так, щоб бути зрозумілими для всіх, хто бере участь у виконанні роботи під час оцінювання. Водночас вони можуть містити певні приховані аспекти, що дають змогу включати в процес особисте сприйняття розв'язуваної проблеми.

Підбір групи експертів і визначення її кількісного складу є непростим етапом у процесі отримання об'єктивних думок, на основі яких формується результат. Креативність експертів та їхня конструктивність у висловлюванні думок дозволяють суттєво розкрити суть проблеми. Важливими є також вміння працювати в колективі, сприймати думки колег, але при цьому не піддаватися тиску окремих учасників. Експерт повинен бути зацікавлений у прийнятті рішення, однак ця зацікавленість не повинна мати особистого характеру. Бажано, щоб ставлення до виконуваної роботи супроводжувалося максимальною віддачею. Саме такі вимоги пред'являються до потенційних експертів. Експерт не лише розуміє важливість розв'язуваної проблеми, але й відчуває її, інтуїтивно приймає рішення, не піддається впливу авторитетів, має власну думку та вміє її чітко висловити.

Кількісний склад групи експертів залежить від багатьох факторів. Наприклад, від термінів отримання результатів, фінансових можливостей організації, обсягів виконуваних робіт, географічного розташування експертів тощо. У математичній термінології - необхідно наявність ступенів свободи під час прийняття рішень.

Оптимальної кількості експертів у групі поки не встановлено. Один із можливих випадків, це встановлення деяких граничних оцінок N_{\min} , N_{\max} . Нижня границя безпосередньо залежить від кількості об'єктів, що оцінюються. Це один із найчастіше використовуваних величин під час підбору групи експертів. Вважається, що кількість експертів, які розглядають об'єкти, відповідає їх кількості. N_{\max} розглядається як потенційно можлива величина.

Найбільш раціональний підхід – визначення числа експертів у групі, яка виконує оцінку, використовуючи методи статистичної обробки випадкових величин. Використовуючи коефіцієнт Стьюдента парі заданій величині достовірності результату, величина варіації (відхилення) повинна не перевищувати значення з інтервалу $[0,2; 0,3]$.

Група експертів, це команда висококваліфікованих фахівців, які залучаються для вирішення проблеми. Однак, у першу чергу, необхідно мати список людей, серед яких обиратимуться експерти. Підбір людей-претендентів на участь в експертному оцінюванні залежить від важливості та рівня ієрархічного ланцюжка, в якому передбачається проведення експертного оцінювання. Якщо це глобальні проблеми країни, то експерт повинен мати статус міжнародного значення. Бути учасником експертного оцінювання вирішення проблем рівня міжнародних альянсів, знати задачі та способи їх вирішення на цьому рівні. Якщо проблеми мають більш прикладний характер, то їх вирішення не обов'язково залежить від міжнародних завдань і викликів. У цьому випадку група експертів складається з людей, які досконало розуміють специфіку ситуації та умови, в яких вони братимуть участь у процесі ухвалення рішення.

Для складання списків претендентів іноді використовують метод Шара (снігового кома), коли один із організаторів експертного оцінювання запрошує свого "знайомого", який, у свою чергу, запрошує свого знайомого і так далі. Таким чином, список поступово "набирає обертів", збільшуючи кількість осіб – претендентів для експертизи.

Інший підхід – самооцінка професіоналів, які бажають стати експертами. Організатори експертизи складають тестовий набір питань, кожне з яких має кількісну оцінку. Претендент, не знаючи цих оцінок, відповідає на поставлені питання. Якщо набрані бали не менше заданого порогу, що визначає право стати експертом, претендент зараховується.

Якщо експертиза проводиться в конкретному закладі, то проблема складання списку претендентів не виникає. Відомо, хто саме і для якої конкретної мети складається список претендентів або навіть експертів для прийняття рішень місцевого значення.

Результатом експертизи є узагальнена оцінка думок групи експертів. Достовірність отриманої інформації залежить від рівня професіоналізму всіх членів групи. Важливість думки експерта оцінюється кількісно і називається коефіцієнтом компетентності (КК). КК враховується при визначенні узагальненої оцінки.

Існують різні підходи до визначення коефіцієнта компетентності (КК) експертів. Найпростіший з них, який називається взаємооцінкою, визначається самими експертами. Кожен експерт групи присвоює число «1» всім іншим колегам, яких вважає «достойними» брати участь в експертному оцінюванні. КК визначається як відносна величина набраних одиниць до їх загальної кількості.

Оскільки експертне оцінювання як спосіб отримання інформації існує досить давно, було зібрано багато методів кількісної оцінки компетентності професіоналів, які

беруть участь у процесі прийняття рішень за питаннями експертного оцінювання. Можна назвати деякі з них. Досить популярним є тестовий метод отримання кількісних значень КК. Суть цього методу полягає в наступному: надається тестова таблиця оцінки професіоналізму експерта. Стандартним чином оцінюється кожен рівень перерахованих факторів. У таблиці наводиться числова величина P_{ij} ($i = \overline{1, m}$ – перелік факторів; $j = \overline{1, n}$ – рівень), що передбачає певну частку компетентності. Очевидно, що $\sum_{j=1}^n P_{ij} = 1$ для будь-якого фактора i . Кожен конкретний експерт l відповідає одному з рівнів j по кожному конкретному фактору i , що позначимо через P_{ij}^l . Це кількісна оцінка експерта l за відповідним фактором i . Величина $\sum_{i=1}^m P_{ij}^l$ це сумарна оцінка в балах, яку зібрав експерт l згідно представленої таблиці. Коефіцієнт компетентності експерта q_l визначається за формулою (9):

$$q_l = \frac{\sum_{i=1}^m P_{ij}^l}{\sum_{v=1}^m \sum_{l=1}^k P_{ij}^l} \quad l = 1, 2, \dots, k \quad (9)$$

де k – кількість експертів у групі.

Наведені дані кількісної оцінки факторів P_{ij} є коригувальними параметрами при баловій оцінці компетентності експерта. Згідно з цілями та завданнями експертного оцінювання ці параметри можна підбирати. Таким чином, коригувальні фактори дозволяють коригувати коефіцієнт компетентності (КК) експерта.

Сам підбір експертів і кількісна оцінка їх компетентності в першу чергу залежить від суті розв'язуваної проблеми. Якщо йдеться про організаційні питання, то краще за все проблему зрозуміють керівні працівники, які працюють у цій сфері. Технічні питання, їх складність і можливості вирішення можуть оцінити інженерні фахівці. Наукові питання мають вирішувати ті, хто володіє новими підходами, методами та техніками розв'язання в відповідній предметній області. Оцінити можна ту думку, яка в принципі є в наявності.

Експертне оцінювання як спосіб отримання кількісної інформації побудоване на основі «я так думаю» і організоване з урахуванням певних наукових підходів. В цілому це не статистика, отримана як результат спостережень за реальними подіями, це оцінка та обробка, з використанням методів статистичної обробки випадкових процесів. Дані, отримані методами експертного оцінювання, спочатку не є кількісними. Це результат того, як запитати та як сформулювати питання. Тому оцінити істинність, достовірність і точність результатів не так просто, а надати їм наукову основу досить складно. Оцінка достовірності залежить від узгодженості думок експертів. Існує коефіцієнт конкордації, який визначає ступінь розбіжності думок тих, хто оцінює проблему, на скільки їхні думки відображають істинність того, що відбувається. Це дуже важливо, якщо результат експертизи використовується для точних рішень, що передбачають глобальні наслідки. Якщо дані для прийняття поточного рішення і потрібна кількісна оцінка певних процесів чи об'єктів, то до отриманих результатів можна ставитися більш «м'яко». У такому разі можна задовольнитися тим, що одне і друге можна оцінити в кількісному вигляді і включити в процедуру обчислень.

Принципи розв'язання задачі. Задача, яка вирішується в даній роботі, стосується проблеми вибірки, критерій якої необхідно представити кількісно. Пропонується загальний список дисциплін із n позицій ($j = \overline{1, n}$). Серед них необхідно вибрати

m дисциплін ($m < n$). Вибір здійснюється з метою підвищення якості отриманої освіти, а саме - підвищення компетентності, практичних навичок та знань, необхідних для майбутньої професійної діяльності. По кожній пропонованій дисципліні виділяється t_j години навчального навантаження. Позначимо через c_j величину корисності j -ї дисципліни, яку можна отримати, вивчаючи j -у дисципліну зі списку. Необхідно вибрати дисциплін, яка забезпечить найбільшу сумарну корисність навчальної підготовки.

Математична модель оптимального вибору дисциплін зводиться до відомої математичної задачі, що носить назву «задача про ранець». Якщо в якості шуканих величин ввести булеві змінні такі, що

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{якщо } j\text{-а дисципліна додається до списку обраних,} \\ 0, & \text{в іншому випадку.} \end{cases} \quad (10)$$

Математична модель запишеться так (11-13):

$$Z = \max \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (11)$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^n t_j x_j \leq A \quad (12)$$

та додаткових вимог

$$x_j \in \{0,1\}, j = \overline{1,n}. \quad (13)$$

Реалізація моделі можлива при відомих n, t_j, A, c_j . Величина навчального навантаження з кожної дисципліни t_j відома, відомий список дисциплін – величина n і кількість годин, відповідальних у розділі освітньої програми «дисципліни на вибір» - величина A . Корисність кожної дисципліни c_j визначається експертним шляхом, оскільки без думок висококваліфікованих спеціалістів неможливо однозначно оцінити її значущість і користь для навчального процесу.

Тестовий приклад. Алгоритм визначення оптимального набору дисциплін за вибором продемонструємо на тестовому прикладі. З метою визначення корисності кожної дисципліни передбачається група експертів, яка включає людей, які представляють навчальний процес, сферу виробництва та студентства. Наприклад, професор кафедри, яка випускає, гарант спеціальності, куратор групи, методист, стейкхолдер, випускник, що працює на об'єкті, староста групи та активний студент групи. Позначимо експертів через e_1, e_2, \dots, e_8 . Оцінка думок експертів може проводитись за двома основними факторами: займане соціальне становище та науково-технічні досягнення. Далі розглянемо, як можна поділити групу експертів за цими факторами. Як приклад, припустимо, що по першому фактору групу експертів можна поділити на три підгрупи, а за другим на чотири. Нехай експерти e_1, e_3, e_5 складають першу підгрупу, e_2, e_4, e_6 - другу, а експерти e_7, e_8 - третю. Згідно з приналежністю до відповідної підгрупи експертам приписуються бали з інтервалу $[1,3]$. Припускаємо, що за другим фактором експерти діляться так: e_1, e_5 складають першу підгрупу, e_3, e_4 - другу, до третьої групи належать експерти e_2, e_6, e_7 , а остання підгрупа представлена експертом e_8 . Відповідно, система балів з чисел інтервалу $[1,4]$. Тестові дані наведені у таблиці 1.

Таблиця 1.

		Тестові дані								
Експерт		e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	Сума
фактор	1	3	1	3	1	3	1	2	2	16
	2	4	3	2	2	4	3	2	1	21
Сума балів		7	4	5	3	7	4	4	3	37
Коефіцієнт компетентності q_i		0,188	0,108	0,135	0,082	0,188	0,108	0,108	0,082	0,999

Кількість дисциплін згідно зі списком передбачуваних дорівнює 10 ($n = 10$). Позначимо їх через a_1, a_2, \dots, a_{10} . Проведено опитування експертів. Отримані ранжирування. Умовні результати наведено у таблиці 2.

Таблиця 2.

		Результати ранжування									
Дисципліна		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
Експерт											
e_1		1	6	4	2	3	8	5	7	10	9
e_2		2	3	4	1	5	7	6	9	8	10
e_3		3	4	2	5	1	9	7	6	10	8
e_4		2	4	3	5	1	6	7	8	9	10
e_5		1	2	4	3	5	7	6	9	10	8
e_6		1	4	5	2	3	10	9	8	6	7
e_7		2	1	3	4	5	7	6	9	10	8
e_8		4	2	1	5	3	8	7	6	10	9

Отримані ранги дисциплін переводяться в бали. Використовується така інтервальна шкала балів: за перше місце в ранжуванні надається десять балів, за друге — дев'ять і т.д. Кількість балів для кожної дисципліни обчислюється з урахуванням коефіцієнта компетентності експерта, який визначив місце дисципліни в ранжуванні. Дані наведені в таблиці 3.

Таблиця 3.

		Ранги дисциплін в балах									
Показник	Дисципліна										Сума
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	
Бали	8,916	7,600	7,591	7,798	7,798	3,214	4,560	3,215	1,729	2,455	54,97
Корисність	0,166	0,138	0,137	0,140	0,140	0,050	0,083	0,089	0,031	0,043	0,997
Перевага	1	4	5	2-3	2-3	8	7	6	10	9	

Найбільшу сумарну корисність навчального навантаження визначимо, виходячи з наступних тестових даних. Величина A , загальна кількість кредитів, виділених для вивчення дисциплін за вибором, становить 25 кредитів. З метою спрощення розрахунків значення корисностей c_j переведемо в іншу шкалу вимірювання, тобто помножимо на 1000. Дані наведені в таблиці 4.

Таблиця 4.

Представлені дані за новою шкалою вимірювання

Дисципліна	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
Корисність c_j	166	138	137	140	140	50	83	89	31	43
Обсяг у кредитах t_j	4,5	4,0	4,0	4,5	4,0	4,5	4,0	4,0	3,0	3,0

Пріоритетна черга включення дисциплін до списку обраних визначається за алгоритмом Данцига [19]. Алгоритм визначає отримання оптимального рішення відповідної нецілочисельної задачі про ранець. Для цього визначається частка c_j/t_j та впорядковується в порядку не зростання. Кількість дисциплін, включених до списку, регулюється величиною A . Розрахункові дані наведено у наступній таблиці 5.

Таблиця 5.

Розрахункові дані

Дисципліна	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
λ_j	37	36	36	31	35	11	20	22	10	14
Обрані дисципліні	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0

Оптимальне рішення згідно з обраним критерієм корисності представляє перелік з 6 дисциплін, які входять до числа вибраних. Вони визначають максимальну кількість корисності при підвищенні компетентності випускника. Слід зазначити, що складання списку можна здійснити на основі узагальнених оцінок експертів, результатом яких є пріоритетна черга дисциплін. На основі черги можна регулювати кількість вибраних дисциплін, якщо ввести поріг вибору.

Висновки. У роботі вибір навчальних дисциплін із запропонованого списку розглядається як задача оптимізації, що моделюється через задачу про ранець, одну з основних задач цілочисельного лінійного програмування. Умови вибору дисциплін визначаються за допомогою обмежень на навчальний час та обсяг викладання дисциплін. Критерій оптимізації має характеристики проблеми, що важко формалізуються, тому для кількісної оцінки дисциплін було застосовано метод експертного оцінювання. Для ілюстрації роботи методу надано приклад вибору дисциплін на основі тестових даних.

Дослідження показало потенціал математичних методів для оптимізації процесу вибору навчальних дисциплін, що може сприяти підвищенню компетентності здобувачів вищих навчальних закладів. Наданий короткий опис лінійних моделей передбачав вибір моделі задачі про ранець. Відсутність числових даних для оцінки якості розглянутих дисциплін компенсована експертним оцінюванням. Наведено попередній опис основних процедур експертної оцінки та можливостей їх інтеграції в процес формування навчальних планів.

Список літератури

1. Лебедик Л. В., Стрельников В. Ю., Стрельников М. В. Сучасні технології навчання і методики викладання дисциплін : Навчально-методичний посібник для слухачів курсів підвищення кваліфікації педагогічних працівників закладів середньої, професійної (професійно-технічної), фахової передвищої та вищої освіти. Полтава: АСМІ, 2020. 303 с.

2. Kozina Y.Y., Verbitskaya E.V. Analysis of decision making methods to include a set of disciplines in the educational process. *Proceedings of the International Scientific Conference Intellectual Systems of Decision Making and Problems of Computational Intelligence ISDMCI*. 2019. Ukraine. P. 81–82.
3. Ілійчук Л. В. Сучасні стандарти та показники оцінювання якості вищої освіти в Україні. *Scientific Journal of Khortytsia National Academy*. 2022. Т. 2(7). С. 47-59. URL: <https://doi.org/10.51706/2707-3076-2022-7-5>
4. Рафальська О. О. Алгоритми формування базової таксономії дисциплін. Управління розвитком складних систем. 2015. №24. С.137-141.
5. Kostoglou V., Kafkas K. Design and development of an interactive mobile-based decision support system for selecting higher education studies. *Proceeding of the 8th Balkan Region Conference on Engineering and Business Education. Sibiu, Romania*. 2017. P. 240–248. DOI: 10.1515/cplbu-2017-0032
6. Kozina Y., Volkova N., Horpenko D. Mobile decision support system to take into account qualitative estimation by the criteria. *IEEE Third International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP)*. 2020. P. 357-361). URL: <https://doi.org/10.1109/DSMP47368.2020.9204134>.
7. Horpenko D. R. A conceptual model of decision-making support of the volunteer team in conditions of dynamic changes. *Herald of Advanced Information Technology*. 2022. V. 5. No. 4, P.275 – 286. DOI: 10.15276/hait.05.2022.20.
8. Архипов О. Є., Архіпова С. А. (). Оцінювання якості роботи експертів за даними багатооб'єктної експертизи. *Ukrainian Information Security Research Journal*. 2011. URL: <https://doi.org/10.18372/2410-7840.13.2049>
9. Величко О.М., Коломієць Л.В., Гордієнко Т.Б., Шевцов А.Г., Карпенко С.Р., Габер А.А. Групове експертне оцінювання та компетентність експертів. Одеса: ВМВ, 2015. 286 с.
10. Грабовецький, Б. Є. Методи експертних оцінок: теорія, методологія, напрямки використання: монографія. Вінниця: ВНТУ, 2010. 171 с.
11. Петренко Л.М. Педагогічна експертиза: Технологія експертного оцінювання результатів навчальних досягнень учнів. Харків: Основа, 2007. 176 с.
12. Подоляничук С. В. Визначення компетентності експертів з оцінювання наукової діяльності у вищому педагогічному навчальному закладі. К., 2015. 122 с.
13. Данченко О. Б., Царик Т. Ю., Савельєва Т. В., Занора В. О. (). Метод експертної оцінки ризиків навчального процесу в умовах модульно-рейтингової системи навчання. *Управління розвитком складних систем*. 2013. №13. С.143–146.
14. Ярощук Л. Експертні методи в автоматизованих системах керування. Формування та напрями використання експертних знань. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 43 с.
15. Григорків В.С., Григорків М.В., Ярошенко О.І. Оптимізаційні методи та моделі. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2024. 464 с.
16. Юхименко Б. И., Гуляева Н. А. Методы оптимизации и исследование операций. Учебное пособие по самостоятельной работе. Одесса: Феникс, 2018. –204 с.
17. Васянин В., Востров Г., Вычужанин В. Информационные управляющие системы и технологии, проблемы и решения, Одесса: Экология, 2019. С. 211–225. URL: http://dspace.opu.ua/jspui/bitstream/123456789/10153/1/Inner_2.pdf
18. Юхименко Б. И., Волкова Н. П. Наближені алгоритми розв'язання задачі про багатовимірний ранець. Дослідження в математиці і механіці, 2017. V.22(2). P. 105-116. URL: http://rmm-journal.onu.edu.ua/article/download/135745/pdf_

Б. І. Юхименко

**MATHEMATICAL METHODS FOR OPTIMAL SELECTION OF ELECTIVE
COURSES IN HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS**

B. I. Yukhymenko

National Odesa Polytechnic University
1, Shevchenko Ave., Odesa, 65044, Ukraine
Email: biruteyu@gmail.com

The work is dedicated to the research and application of mathematical methods for the optimal selection of elective courses in educational programs at higher education institutions. In the context of general computerization, the processes of training specialists require the implementation of innovative approaches that ensure the increase of competence and practicality of future professionals. The methodological aspects of mathematical programming and expert evaluation, which are used for quantitative analysis and selection of the most priority courses, are discussed. Special attention is given to the task of optimally choosing elective courses from a list of proposed ones, based on criteria of utility and academic workload. The problem is formalized as a discrete-type linear programming problem, known as the "knapsack problem." The work proposes an approach based on expert assessments to determine the utility of courses, as well as the construction of mathematical models and methods for solving them. The research emphasizes the importance of integrating expert evaluation methods into the process of curriculum formation, which contributes to improving the quality of education and preparing professionals who meet the requirements of the modern economy and society. The work holds practical value for educational institutions and curriculum developers focused on labor market needs.

Keywords: Expert evaluation, linear programming, courses, educational programs, knapsack problem.

